

## Tabla de contenido

de

**AP Sakis Meliopoulos y George J. Cokkinides**

Retransmisión, teoría y aplicaciones del sistema de potencia

<b>Capítulo 2</b>	<b>2</b>	<b>Conceptos básicos</b>	<b>2</b>
<b>2.1</b>	<b>2</b>	<b>Introducción</b>	<b>2</b>
<b>2.2</b>	<b>2</b>	<b>Estado estacionario sinusoidal y fasores</b>	<b>2</b>
<b>2.3</b>	<b>4</b>	<b>Componentes simétricos</b>	<b>4</b>
2.3.1	11	Potencia real y reactiva - SSSC	11
2.3.2	14	Potencia real, reactiva y de distorsión - PSSC	14
<b>2.4</b>	<b>16</b>	<b>Transformadores de medida</b>	<b>16</b>
2.4.1	16	Polaridad del transformador	16
2.4.2	16	Cambios de fase en transformadores	16
<b>2.5</b>	<b>18</b>	<b>Síntesis de forma de onda</b>	<b>18</b>
2.5.1	18	Síntesis de forma de onda de secuencia cero analógica	18
2.5.2	20	Síntesis de forma de onda de secuencia analógica positiva y negativa	20
2.5.3	22	Síntesis de forma de onda de secuencia cero digital	22
2.5.4	23	Síntesis de forma de onda de secuencia digital positiva y negativa	23
2.5.5	23	Extracción de fasores - Cálculo de magnitud y fase	23
2.5.6	26	Extracción de fasores - Cálculo de frecuencia fundamental	26
2.5.7	27	Extracción fasorial: implementación de matriz circular	27
2.5.8	28	Comparación entre implementaciones de computadoras analógicas y digitales	28
<b>2.6</b>	<b>29</b>	<b>Muestreo sincronizado</b>	<b>29</b>
<b>2.7</b>	<b>36</b>	<b>Interoperabilidad</b>	<b>36</b>
<b>2.8</b>	<b>36</b>	<b>Conexión a tierra del sistema</b>	<b>36</b>
<b>2.9</b>	<b>40</b>	<b>Soluciones de red</b>	<b>40</b>
2.9.1	40	Análisis nodal	40
2.9.2	42	Análisis de bucle	42
<b>2.10</b>	<b>42</b>	<b>Resumen y discusión</b>	<b>42</b>
<b>2.11</b>	<b>43</b>	<b>Problemas</b>	<b>43</b>

# Capítulo 2

## Conceptos básicos

### 2.1 Introducción

La práctica de relés de protección requiere la comprensión y el análisis del rendimiento del sistema de energía en una variedad de condiciones. Esto se puede lograr con un buen conocimiento de los conceptos básicos de operación del sistema de energía y respuesta a perturbaciones. Las herramientas básicas para esta comprensión son el modelado de los componentes del sistema de energía y los métodos de análisis para determinar el comportamiento de los sistemas de energía eléctrica. Dedicamos tres capítulos a abordar estos temas. El presente capítulo (Capítulo 2) está dedicado a la descripción general de los conceptos básicos. El capítulo 3 está dedicado al modelado de los principales componentes del sistema eléctrico. El capítulo 4 está dedicado al análisis de sistemas eléctricos en condiciones defectuosas. Además, ciertas perturbaciones afectan amplias áreas del sistema de energía, lo que crea la necesidad de un enfoque de todo el sistema para el análisis de perturbaciones y la protección contra estas condiciones.

### 2.2 Estado estacionario sinusoidal y fasores

En funcionamiento en régimen permanente, los voltajes y corrientes del sistema de energía eléctrica son formas de onda puramente sinusoidales. Estas formas de onda se pueden expresar mediante las siguientes ecuaciones:

$$i(t) = I_m \sin(\omega t + \phi_i)$$

$$v(t) = V_m \sin(\omega t + \phi_v)$$

donde  $I_m$  es el valor máximo de la corriente eléctrica  
 $V_m$  es el valor máximo de la tensión es la  
 $\omega$  frecuencia angular  
 $\phi_i$  es la fase de la corriente  
 $\phi_v$  eléctrica es la fase del voltaje

Esta condición de funcionamiento se conoce como condición de estado estable sinusoidal (SSSC).

Una representación alternativa de formas de onda sinusoidales es mediante **fasores**. El uso de fasores simplifica enormemente la manipulación de estas señales, y muchas relaciones fundamentales se pueden expresar fácilmente usando notación fasorial. Se presenta una descripción general de estas relaciones en esta sección.

Primero tenga en cuenta que el valor cuadrático medio (RMS) de una forma de onda de voltaje sinusoidal es:

$$V_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T v^2(t) dt} = \frac{V_m}{\sqrt{2}}$$

De manera similar para una forma de onda de corriente sinusoidal:

$$I_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2(t) dt} = \frac{I_{metro}}{\sqrt{2}}$$

Las relaciones anteriores nos dicen que bajo SSSC, el valor cuadrático medio de la corriente o voltaje eléctrico es igual al valor máximo dividido por la raíz cuadrada de 2. Así podemos escribir:

$$\begin{aligned} I_{rms} &= \frac{I_{metro}}{\sqrt{2}} \\ V_{rms} &= \frac{V_{metro}}{\sqrt{2}} \end{aligned}$$

Otra propiedad interesante puede ser obtenida escribiendo las ecuaciones anteriores en el siguiente forma equivalente:

$$\begin{aligned} I_{rms} &= \frac{I_{metro}}{\sqrt{2}} \\ V_{rms} &= \frac{V_{metro}}{\sqrt{2}} \end{aligned}$$

Donde  $\text{Re}^*$  es la parte real del argumento  $*$ . Las relaciones anteriores son identidades, que pueden mostrarse usando la identidad de Euler

$$e^{j\theta} = \cos\theta + j\sin\theta$$

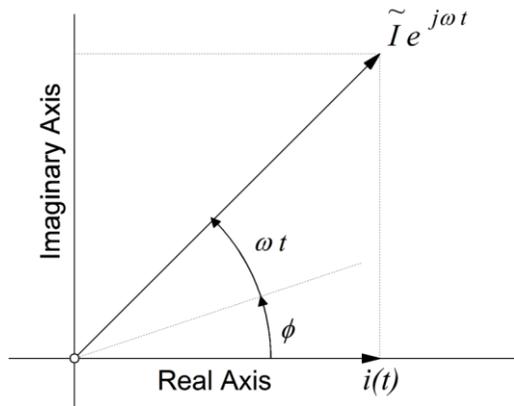
Reorganizando

$$\begin{aligned} I_{rms} &= \frac{I_{metro}}{\sqrt{2}} \\ V_{rms} &= \frac{V_{metro}}{\sqrt{2}} \end{aligned}$$

dónde:

$$\begin{aligned} \tilde{I} &= I_{rms} e^{j\omega t} \\ \tilde{V} &= V_{rms} e^{j\omega t} \end{aligned}$$

Examinemos una interpretación geométrica útil de la ecuación anterior. Considere la Figura 2.5. La cantidad compleja  $\tilde{I}$  es un vector en el plano complejo. Tenga en cuenta que el ángulo entre este vector y el eje real es  $\omega t$ , es decir, está cambiando con el tiempo. La proyección de este vector sobre el eje real es el valor instantáneo de la corriente eléctrica,  $i(t)$ . A medida que avanza el tiempo, el vector  $\tilde{I}$  gira con velocidad angular  $\omega$ , y como resultado su proyección sobre el eje real varía sinusoidalmente. La cantidad  $\tilde{I}$  se llama fasor rotatorio de la corriente eléctrica. Dado que la magnitud de  $\tilde{I}$  es el valor RMS de la corriente, sería más preciso llamarlo la *fasor giratorio cuadrático medio de raíz* de la corriente eléctrica. Nos referimos a  $\tilde{I}$  como la corriente fasorial o la corriente compleja. Tenga en cuenta que el valor de los fasores y, en particular, el valor de la



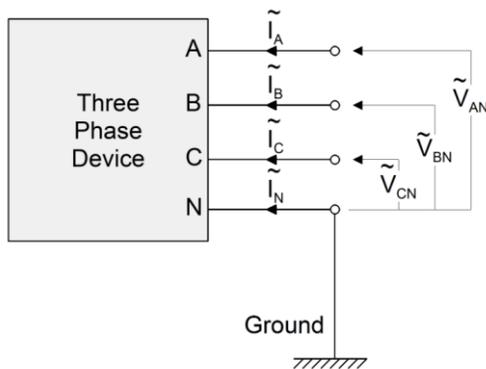
**Figura 2.1 Interpretación geométrica de la Ecuación fasorial**

El ángulo de fase depende de la referencia de tiempo, por ejemplo, si el tiempo  $t$  se desplaza en un cierto valor, entonces el valor de fase cambiará en una cantidad igual a la frecuencia angular multiplicada por el desplazamiento de tiempo.

Una construcción y discusión similar se aplica a la cantidad de voltaje.

Los sistemas de energía eléctrica operan muy cerca de la condición de estado estable sinusoidal si no hay dispositivos de conmutación o no lineales que puedan causar desviaciones de la operación de estado estable sinusoidal.

## 2.3 Componentes simétricos



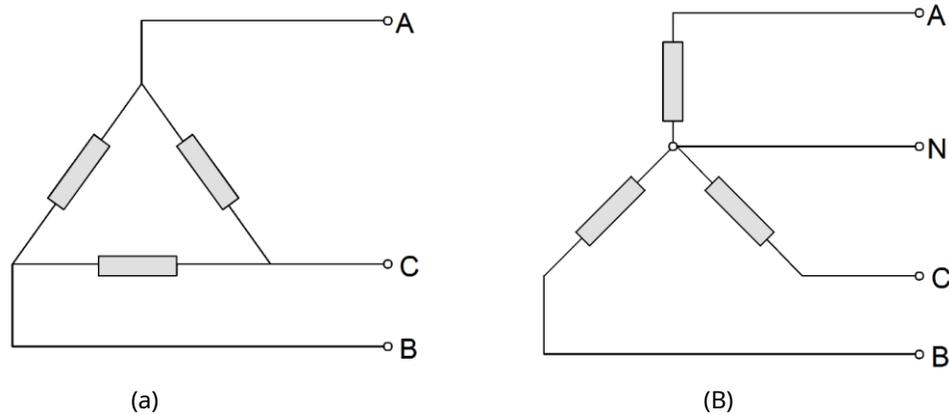
**Figura 2.2: Un dispositivo trifásico**

Los sistemas de energía modernos generan, transmiten y distribuyen energía eléctrica principalmente a través de un sistema de energía eléctrica trifásica. Una de las razones de la proliferación de los sistemas de energía de CA trifásicos es que se puede transmitir más energía a través de la transmisión de energía trifásica que la transmisión de energía monofásica para un peso total de conductor y un nivel de aislamiento determinados. Una segunda razón importante es que los generadores síncronos trifásicos pueden generar eficientemente voltajes trifásicos y

corrientes impulsadas por un par mecánico constante. Del mismo modo, los motores trifásicos son compactos; naturalmente, son de arranque automático y pueden generar un par constante. Estos sistemas proporcionan un funcionamiento fluido y eficiente.

La mayoría de los sistemas de energía comprenden arreglos trifásicos, que consisten en la interconexión de generadores trifásicos, líneas trifásicas, transformadores trifásicos y otros equipos de apoyo. Los sistemas de transmisión trifásicos están configurados como tres cables (solo cables de fase), cuatro cables (cables trifásicos más cable (s) neutro o blindado (tierra)) o sistemas de cinco cables (tres fases, neutro y cable blindado (tierra) (s)). En la Figura 2.2 se ilustra un dispositivo trifásico típico con neutro.

Un dispositivo trifásico, como un transformador o un motor, puede constar de elementos monofásicos conectados en una disposición trifásica. Los elementos pueden estar conectados en una configuración *delta* o una configuración *wye* o cualquier combinación de estos dos. Las conexiones *delta* y *estrella* se ilustran en la Figura 2.3a y 2.3b respectivamente.



**Figura 2.3: Dispositivos trifásicos que constan de tres elementos monofásicos**  
**(a) Conexión delta, (b) Conexión en estrella**

En el sistema trifásico tenemos tres o más voltajes y tres o más corrientes eléctricas. Es deseable que los voltajes y corrientes exhiban algún tipo de simetría. Para caracterizar los voltajes y corrientes trifásicos, así como el sistema de potencia trifásico, presentamos la siguiente terminología que describe las condiciones de funcionamiento del sistema, así como la construcción interna y las características del sistema trifásico.

**Conjunto equilibrado de voltajes trifásicos:** Un conjunto de voltajes trifásicos,  $v_a(t)$ ,  $v_b(t)$ ,  $v_c(t)$ , se denomina equilibrado si y solo si:

Los voltajes varían sinusoidalmente con el tiempo.

Las amplitudes de los voltajes son iguales.

Hay una diferencia de fase de  $120^\circ$  entre dos voltajes cualesquiera.

Por ejemplo, el siguiente conjunto de voltajes trifásicos está equilibrado:

$$\begin{aligned} v_a(t) &= 2\sqrt{2}\cos(\omega t) \\ v_b(t) &= 2\sqrt{2}\cos(\omega t - 120^\circ) \\ v_c(t) &= 2\sqrt{2}\cos(\omega t - 240^\circ) \end{aligned}$$

En las ecuaciones anteriores, el ángulo de fase de  $v_a$  conduce el ángulo de fase de  $v_b$  por  $120^\circ$ . Del mismo modo, el ángulo de fase de  $v_b$  conduce el ángulo de fase de  $v_c$  por  $120^\circ$ . Esta relación de ángulo de fase entre las tres fases se llama *secuencia de fase positiva*. (Otras secuencias de fases se analizan más adelante en este capítulo). Tenga en cuenta que un análogo *Conjunto equilibrado* La definición se aplica a un conjunto de corrientes trifásicas.

Es evidente que un conjunto de voltajes trifásicos equilibrados puede especificarse completamente mediante el siguiente información:

La magnitud de voltaje  $V$ ,

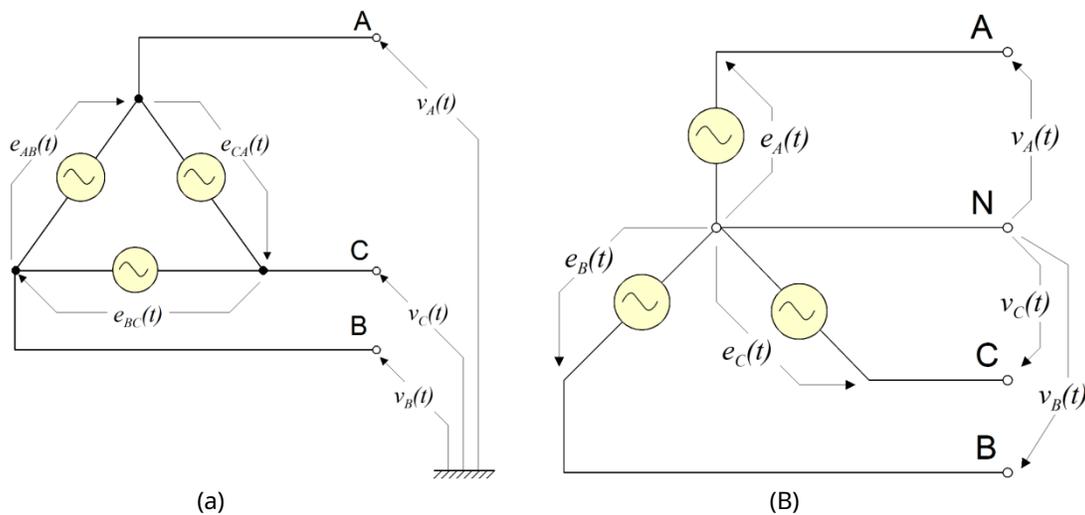
La frecuencia angular ,  
 El ángulo de fase , y  
 La secuencia de fases.

Una especificación alternativa consiste en lo siguiente:

El fasor de voltaje de fase A,  $V_a$   $V_e j$   
 La secuencia de fases

A lo largo de este texto, cuando no se especifica la secuencia, se asumirá que es la secuencia positiva.

Una fuente trifásica ideal genera un conjunto de voltajes trifásicos balanceados, típicamente con secuencia de fase positiva. Se pueden construir fuentes trifásicas combinando tres fuentes monofásicas de parámetros apropiados. Dos de tales configuraciones que forman trifásicas ideales. Las fuentes de voltaje se ilustran en la Figura 2.4.

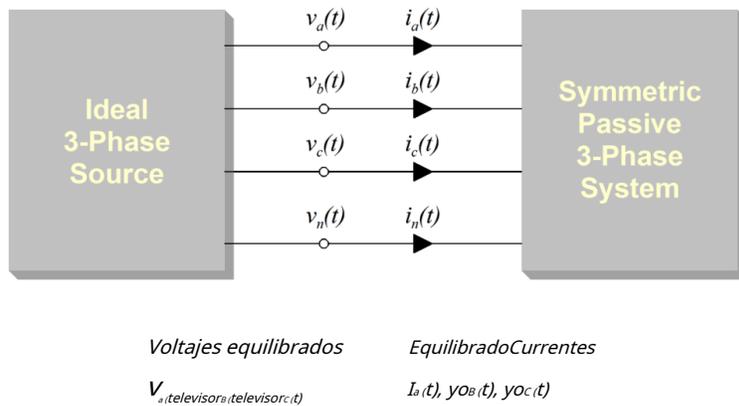


**Figura 2.4 Fuente de voltaje trifásica ideal [(a) Conectada en triángulo, (b) Conectada en estrella]**

**Sistema trifásico simétrico:** Un sistema pasivo trifásico se llama simétrico si y solo si las dos siguientes afirmaciones son verdaderas:

Es un sistema lineal.

Cuando se alimenta mediante un conjunto equilibrado de voltajes trifásicos, fluye hacia él un conjunto equilibrado de corrientes trifásicas. Alternativamente, cuando se inyecta un conjunto de corrientes equilibradas trifásicas en el sistema se equilibran los voltajes trifásicos resultantes.



**Figura 2.5: Definición de un sistema trifásico simétrico**

La definición de un sistema trifásico simétrico se ilustra en la Figura 2.5. Los sistemas trifásicos prácticos comprenden componentes trifásicos que son simétricos o casi simétricos. Para ejemplo, tres fases transformadores están simétrico dispositivos trifásicos, los generadores síncronos trifásicos son dispositivos casi simétricos, Las líneas aéreas de transmisión son casi simétricas, etc.

Las técnicas tradicionales de análisis de sistemas de energía (es decir, flujo de carga, análisis de fallas, análisis de estabilidad transitoria, etc.) se han desarrollado bajo el supuesto de sistemas trifásicos simétricos. Dado que la mayoría de los elementos prácticos del sistema de energía trifásica son casi simétricos, esta suposición genera un pequeño error. En la mayoría de las aplicaciones, este error es aceptable.

La mayoría de las veces, los sistemas de energía trifásicos operan cerca de condiciones balanceadas. En este caso asumimos que el sistema opera en condiciones equilibradas, el sistema es simétrico y procedemos sobre esta base. Siempre que se altere el funcionamiento equilibrado, el análisis del sistema se puede realizar de dos formas:

- (a) Análisis directo de todo el sistema trifásico (modelo exacto). Análisis por el
- (B) método de *Componentes simétricos* (modelo aproximado).

### El método de componentes simétricos

El método de componentes simétricos fue introducido por Charles L. Fortescue en un artículo publicado en las transacciones de AIEE en 1918. Se basa en una transformación lineal de los voltajes y corrientes del sistema. Esta transformación convierte un modelo de sistema trifásico no balanceado en tres modelos de sistema trifásico balanceado desacoplado. Nos referimos a estos modelos trifásicos balanceados como (a) secuencia positiva, (b) secuencia negativa y (c) secuencia cero. El análisis de cada uno de los tres sistemas trifásicos balanceados se puede realizar considerando una sola fase. Este procedimiento reduce el problema del análisis de un sistema trifásico desequilibrado al análisis de tres problemas del sistema monofásico desacoplado. Este enfoque representa típicamente un reducción del esfuerzo computacional por un factor de tres.

Se presenta la transformación de componentes simétricos siguiente. Considere un conjunto de tres fases voltajes y corrientes eléctricas  $(\tilde{V}_a, \tilde{V}_b, \tilde{V}_c)$  y  $(\tilde{I}_a, \tilde{I}_b, \tilde{I}_c)$  respectivamente. Estos conjuntos son transformado por una matriz de transformación T en un nuevo conjunto de voltajes y corrientes eléctricas  $(\tilde{V}_1, \tilde{V}_2, \tilde{V}_0)$  y  $(\tilde{I}_1, \tilde{I}_2, \tilde{I}_0)$  como sigue:

$$\begin{matrix} \tilde{V}_{aBC} \\ \tilde{I}_{aBC} \end{matrix} = \begin{matrix} \tilde{V}_{120} \\ \tilde{I}_{120} \end{matrix} \quad \text{television}_{120} \quad \text{(XXX)}$$

dónde:

$$\tilde{V}_{aBC} = \begin{matrix} \tilde{V}_a \\ \tilde{V}_B \\ \tilde{V}_C \end{matrix}, \tilde{V}_{120} = \begin{matrix} \tilde{V}_1 \\ \tilde{V}_2 \\ \tilde{V}_0 \end{matrix}, \tilde{I}_{aBC} = \begin{matrix} \tilde{I}_a \\ \tilde{I}_B \\ \tilde{I}_C \end{matrix}, \tilde{I}_{120} = \begin{matrix} \tilde{I}_1 \\ \tilde{I}_2 \\ \tilde{I}_0 \end{matrix}, y \quad T = \begin{matrix} 1 & 1 & 1 \\ a & a & 1 \\ a & a & 1 \end{matrix}, a = e^{j120^\circ}$$

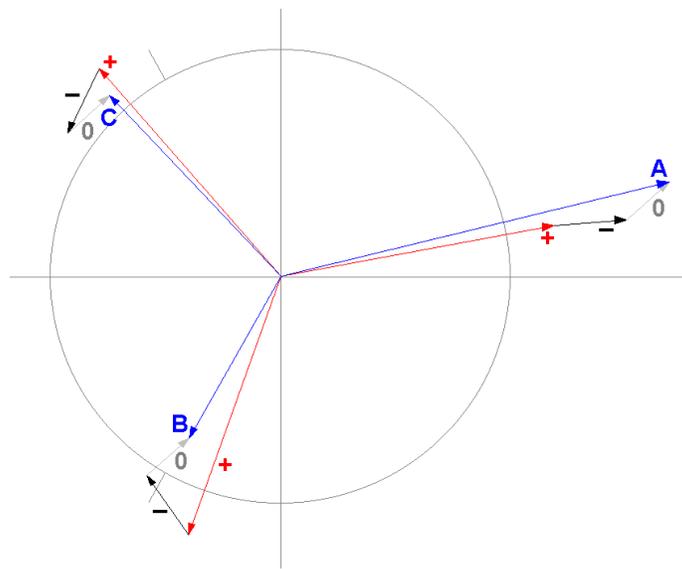
La transformación inversa es:

$$\begin{matrix} \tilde{V}_{120} \\ \tilde{I}_{120} \end{matrix} = T^{-1} \begin{matrix} \tilde{V}_{aBC} \\ \tilde{I}_{aBC} \end{matrix} \quad \text{(XXX)}$$

dónde:

$$T^{-1} = \frac{1}{3} \begin{matrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & 1 & 1 \end{matrix}, \quad a = e^{j120^\circ}$$

**Interpretación geométrica.** La existencia de tres vectores que satisfacen la ecuación  $\tilde{V}_{aBC} = \tilde{V}_{120}$  está garantizado por el hecho de que la matriz T es invertible. De hecho, esta ecuación se puede visualizar geoméricamente en el plano complejo como se ilustra en la Figura 2.6. Tenga en cuenta que la Figura contiene tres vectores A, B y C (mostrados en color azul) de magnitud y dirección arbitrarias que son las sumas de tres conjuntos de vectores, cada uno de los cuales consta de tres vectores de igual magnitud (mostrados en rojo, negro y color gris respectivamente). Tenga en cuenta que el conjunto rojo es una secuencia positiva (la fase A es seguida por la fase B, luego por la fase C asumiendo una rotación en sentido antihorario), el conjunto negro es la secuencia negativa y el conjunto gris es la secuencia cero (tres vectores grises son paralelos, es decir, en fase).



**Figura 2.6: Descomposición de tres vectores en componentes simétricos**

La importancia de esta transformación radica en el hecho de que puede transformar el modelo de cualquier dispositivo trifásico simétrico, en tres **desacoplado** modelos de dispositivos monofásicos. Esta propiedad de la transformación se ilustra con un ejemplo a continuación.

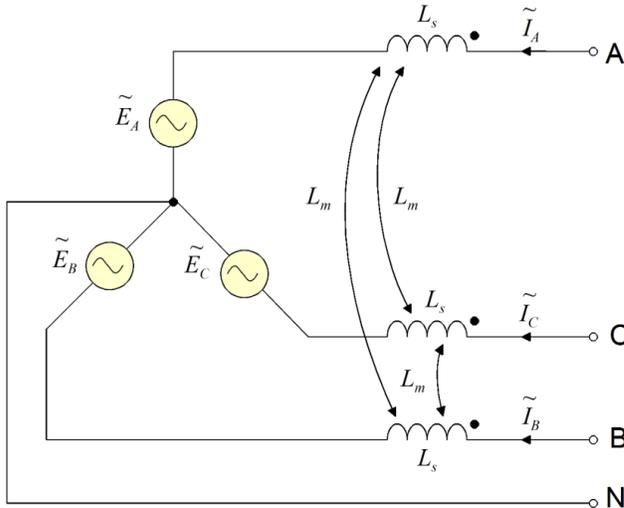


Figura E2.3: Una fuente trifásica simplificada.

**Ejemplo E2.3:** Considere un simple modelo de un generador trifásico, que se ilustra en la Figura E2.3. El generador consta de tres tensiones ideales fuentes  $E_A$ ,  $E_B$ , y  $E_C$  y tres bobinas acopladas magnéticamente. Cada bobina tiene una autoinducción  $L_s$  y dos inductancias mutuas con las otras dos bobinas ambos iguales a  $L_m$ . Escriba las ecuaciones del modelo del generador en términos de los voltajes de fase y las corrientes eléctricas y luego transforme estas ecuaciones usando la transformación simétrica. Luego calcule la potencia compleja entregada por el generador en términos de componentes simétricos.

**Solución:** Las ecuaciones del modelo trifásico para el generador simplificado son:

$$\begin{aligned} \tilde{V}_{UN} &= jL_s \tilde{I}_A + jL_m(\tilde{I}_B + \tilde{I}_C) + \tilde{m}_{iA} \\ \tilde{V}_{BN} &= jL_s \tilde{I}_B + jL_m(\tilde{I}_A + \tilde{I}_C) + \tilde{m}_{iB} \\ \tilde{V}_{CN} &= jL_s \tilde{I}_C + jL_m(\tilde{I}_A + \tilde{I}_B) + \tilde{m}_{iC} \end{aligned}$$

En notación matricial compacta, las ecuaciones anteriores se escriben de la siguiente manera:

$$\tilde{V}_{aBC} = Z \tilde{I}_{aBC} + \tilde{m}_{i_{aBC}}$$

dónde:

$$\tilde{V}_{aBC} = \begin{bmatrix} \tilde{V}_{UN} \\ \tilde{V}_{BN} \\ \tilde{V}_{CN} \end{bmatrix}, \quad \tilde{I}_{aBC} = \begin{bmatrix} \tilde{I}_A \\ \tilde{I}_B \\ \tilde{I}_C \end{bmatrix} \text{ un } DZ = \begin{bmatrix} L_s & L_m & L_m \\ L_m & L_s & L_m \\ L_m & L_m & L_s \end{bmatrix}$$

Tenga en cuenta que las ecuaciones anteriores son *acoplado*, es decir, cada voltaje de fase es una función de las tres fases corrientes. Ahora apliquemos la transformación simétrica.

$$\begin{aligned} \tilde{V}_{aBC} &= T_{120}^{-1} \tilde{V}_{120} \\ \tilde{I}_{aBC} &= T_{120} \tilde{I}_{120} \\ \tilde{m}_{i_{aBC}} &= T_{120} \tilde{m}_{i_{120}} \end{aligned}$$

Tras la sustitución en la ecuación matricial:

$$\tilde{V}_{120} = T^{-1} Z T \tilde{I}_{120} + T \tilde{E}_{120}$$

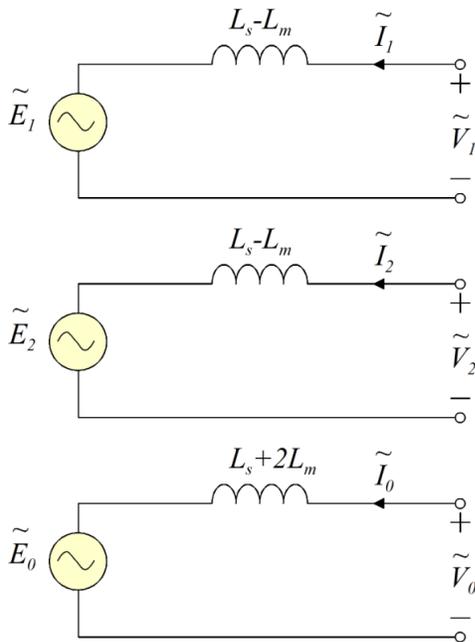
Tras la multiplicación previa de la ecuación anterior por la matriz T:

$$\tilde{V}_{120} = T^{-1} Z T \tilde{I}_{120} + T \tilde{E}_{120}$$

La propiedad clave de la transformación de componentes simétricos es que el producto matricial  $T^{-1} Z T$  es una matriz diagonal, a saber:

$$T^{-1} Z T = \begin{bmatrix} L_s - L_m & 0 & 0 \\ 0 & L_s - L_m & 0 \\ 0 & 0 & L_s + 2L_m \end{bmatrix}$$

Esta propiedad se cumple siempre que el sistema consista en dispositivos simétricos, lo que implica que las matrices de impedancia tienen todos los términos fuera de la diagonal iguales y todos los términos diagonales iguales. Esta condición es válida o aproximadamente válida para la mayoría de los dispositivos de sistemas eléctricos trifásicos, como transformadores, generadores, líneas de transmisión, etc. Escribiendo las ecuaciones de forma explícita obtenemos:



$$\begin{aligned} \tilde{V}_1 &= j(L_s - L_m) \tilde{I}_1 + \tilde{E}_1 \\ \tilde{V}_2 &= j(L_s - L_m) \tilde{I}_2 + \tilde{E}_2 \\ \tilde{V}_0 &= j(L_s + 2L_m) \tilde{I}_0 + \tilde{E}_0 \end{aligned}$$

Tenga en cuenta que las ecuaciones anteriores están desacopladas, es decir, las variables que aparecen en una ecuación no aparecen en ninguna otra ecuación. En consecuencia, estas ecuaciones representan tres redes monofásicas independientes, como se muestra en la Figura E2.3a. También cabe señalar que en caso de que la fuente esté equilibrada,  $\tilde{E}_2 = 0$  y  $\tilde{E}_0 = 0$ . Las tres redes de la Figura E2.3a se denominan *secuencia positiva* modelo, el *secuencia negativa* modelo y el *secuencia cero* modelo, respectivamente.

La potencia compleja entregada por el generador es:

$$S = \tilde{V}_a \tilde{I}_a^* + \tilde{V}_b \tilde{I}_b^* + \tilde{V}_c \tilde{I}_c^* = \tilde{V}_{abc} \tilde{I}_{abc}^*$$

**Figura E2.3a: Las redes de secuencia de la fuente trifásica simplificada de la Figura E2.3**

Solicitud de la simétrico componente La transformación a la ecuación anterior produce:

$$S_{\text{(televisor)}} = \tilde{V}_{120} \tilde{I}_{120}^* = \tilde{V}_{20} \tilde{I}_{20}^* + \tilde{V}_{120} \tilde{I}_{120}^*$$

$$3\tilde{V}_{11}^* \quad 3\tilde{V}_{22}^* \quad 3\tilde{V}_{00}^*$$

La igualdad anterior se puede probar observando que

$$\begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} T^*$$

**Ejemplo E2.4:** En una determinada ubicación de un sistema trifásico, un ingeniero mide lo siguiente corrientes de fase y tensiones de fase a neutro:

$$\begin{aligned} \tilde{I}_a &= 200Ae^{j10} & \tilde{V}_a &= 15mi^{j4} \text{ kV} \\ \tilde{I}_B &= 150Ae^{j110} & \tilde{V}_B &= 14,5mi^{j120} \text{ kV} \\ \tilde{I}_C &= 160Ae^{j240} & \tilde{V}_C &= 14,8mi^{j235} \text{ kV} \end{aligned}$$

Calcule las componentes simétricas:  $I_1, I_2, I_0$  y  $V_1, V_2, V_0$ .

**Solución:** Por cálculo directo:

$$\tilde{V}_{120} = \begin{bmatrix} 1 & a & a^2 \\ \frac{1}{3} & 1 & a^2 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{V}_a \\ \tilde{V}_B \\ \tilde{V}_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 14.7563mi_{j3,020} \\ 0.4904mi_{j7,430} \\ 0.3294mi_{j141,700} \end{bmatrix}$$

$$\tilde{I}_{120} = \begin{bmatrix} 1 & a & a^2 \\ \frac{1}{3} & 1 & a^2 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{I}_a \\ \tilde{I}_B \\ \tilde{I}_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 169,44mi_{j6,870} \\ 7.77mi_{j28,320} \\ 24,39mi_{j26,220} \end{bmatrix}$$

### 2.3.1 Potencia real y reactiva - SSSC

El flujo de energía en un sistema que opera en condiciones de estado estacionario sinusoidal se puede describir con ecuaciones relativamente simples. Considere un dispositivo de dos terminales y un puerto como se ilustra en la Figura 2.6. Suponga que el voltaje y la corriente eléctrica en el puerto del dispositivo son  $v(t)$  e  $i(t)$  respectivamente, donde:

$$\begin{aligned} v(t) &= \sqrt{2}V_{rms} \cos(\omega t + \theta_v) \\ i(t) &= \sqrt{2}I_{rms} \cos(\omega t + \theta_i) \end{aligned}$$

La potencia instantánea que fluye hacia el dispositivo es

$$p(t) = v(t)i(t) = 2V_{rms}I_{rms} \cos(\theta) \cos(2\omega t - \theta)$$

Usando identidades trigonométricas apropiadas, la expresión anterior se convierte en:

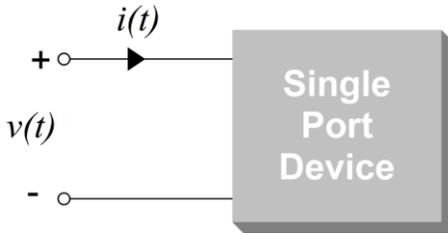


Figura 2.6 Flujo de energía eléctrica en un dispositivo de puerto único

$$p(t) = V_{rms}I_{rms} \cos(\theta) + V_{rms}I_{rms} \cos(2\omega t - \theta)$$

Tenga en cuenta que la ecuación de potencia instantánea consta de dos términos: uno que es independiente del tiempo y otro término que es una función sinusoidal del tiempo. Tenga en cuenta que cuando la potencia instantánea se integra a lo largo del tiempo, para evaluar la potencia promedio, el término sinusoidal variable en el tiempo se integra a cero. Solo el término constante proporciona una contribución distinta de cero. Específicamente, la potencia promedio que fluye hacia el dispositivo es:

$$P_{avg} = \frac{1}{T} \int_0^T p(t) dt = V_{rms}I_{rms} \cos(\theta)$$

Tenga en cuenta que la potencia promedio es igual al producto de los valores RMS de voltaje y corriente multiplicado por el coseno del ángulo ( $\theta$ ). El último término, a saber  $\cos(\theta)$ , es conocido como el *Factor de potencia*.

El término variable en el tiempo de la potencia instantánea representa una potencia pulsante, es decir, una potencia que entra y sale del dispositivo con un flujo neto de cero. Tenga en cuenta que la frecuencia angular de este término es el doble de la frecuencia industrial. Este poder fue nombrado el *Poder reactivo* hace muchas décadas. En 1932, Fryze proporcionó una teoría que simplificó la representación de la potencia reactiva. Específicamente, Fryze postuló que la potencia 'aparente' absorbida por un dispositivo es simplemente el producto del voltaje a través de sus terminales por la corriente a través de él:

$$S_a = V_{rms} I_{rms}$$

Luego postuló que la potencia reactiva Q está relacionada con la potencia real P (postuló que P y Q son ortogonales) y la potencia aparente S como sigue:

$$Q = S_a \sin(\theta) = V_{rms} I_{rms} \sin(\theta)$$

O

$$Q = -V_{rms} I_{rms} \sin(\theta)$$

Adoptó la convención de usar el signo + resultante de la definición:

$$Q = V_{rms} I_{rms} \sin(\theta)$$

Esta teoría, en esencia, postula que los poderes real y reactivo son proyecciones del poder aparente sobre los ejes real e imaginario del plano complejo. Algebraicamente, esto puede ser declarado de la siguiente manera:

$$S = P + jQ = V_{rms} I_{rms} \text{ porque } \angle = \theta - \phi \Rightarrow V_{rms} \tilde{I}_{rms}^*$$

La relación anterior involucra cuatro cantidades, S, Sa, P y Q. Todos ellos expresan poder, pero todos son cantidades físicas diferentes. Para distinguirlos, hace muchos años se adoptó la siguiente nomenclatura y se utiliza en la ingeniería energética:

Cantidad	Nombre	Unidades
S	Poder complejo	VA (voltios amperios)
Sa	Poder aparente	VA (voltios amperios)
PAG	Poder real	W (vatios)
Q	Poder reactivo	VAr (Volt Ampere reactivo)

Ahora examinemos el término  $Q = S_a \text{ pecado}(\theta - \phi)$ . Si la fase de la corriente eléctrica,  $\phi$ , es menos que  $\theta$ , luego  $\text{pecado}(\theta - \phi) > 0$  y  $Q > 0$ . En este caso decimos que la corriente eléctrica **retrasos** el voltaje

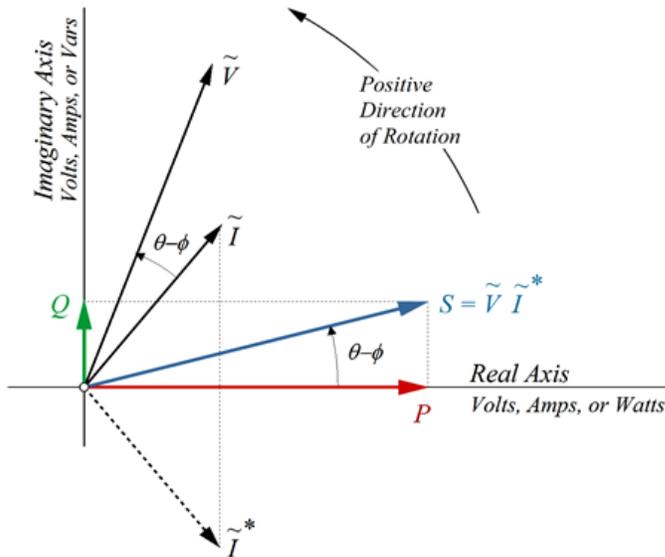


Figura 2.7: Representación fasorial de voltaje, eléctrico Potencia actual, real y reactiva

porque si los fasores de voltaje y corriente eléctrica se representan en el mismo plano complejo que se ilustra en la Figura 2.5, el fasor de voltaje parece ser *adelante* del fasor de corriente eléctrica ya que ambos fasores giran con velocidad en sentido antihorario. (Tenga en cuenta que se supone que la dirección positiva para el ángulo de fase es la dirección contraria a las agujas del reloj. Consulte también Figura 2.7). Por otro lado, si  $\phi > \theta$ , luego  $Q < 0$ . Nuevamente, al observar los fasores de voltaje y corriente, concluimos que en este caso, el fasor de corriente **Guías** la Voltaje fasor. Al especificar energía consumo en energía ingeniería, es costumbre a estado el valor del poder real y el

factor de potencia (es decir, el valor del término *porque* -  $\cos(\theta - \phi)$ ). Desde *porque* -  $\cos(\theta - \phi) = \text{porque}$  -  $\cos(\theta - \phi)$ , no sabemos si  $\theta > \phi$  o  $\theta < \phi$ . Esta información se da, indicando también si la corriente eléctrica es *rezagado* o *principal* el voltaje. Por ejemplo, un factor de potencia de 0,8 *rezagado* significa que *porque* -  $\cos(\theta - \phi) = 0,8$  y el fasor de corriente eléctrica *retrasos* el fasor de voltaje, es decir  $\theta > \phi$ .

Las relaciones de potencia para el estado estable sinusoidal se resumen en la Tabla 2.2.

**Tabla 2.2 Resumen de relaciones de potencia: estado estable sinusoidal**

Cantidad	Ecuación
Valores instantáneos	$i(t) = I_m \cos(\omega t + \theta_i)$ , $v(t) = V_m \cos(\omega t + \theta_v)$
Fasores	$\tilde{I} = I_{rms} e^{j\theta_i}$ , $\tilde{V} = V_{rms} e^{j\theta_v}$
Potencia instantánea	$p(t) = v(t)i(t) = 2V_{rms}I_{rms} \cos(\theta_v - \theta_i) \cos(2\omega t + \theta_v + \theta_i)$
Poder real	$PAG = \frac{1}{T} \int_0^T p(t) dt = V_{rms} I_{rms} \cos(\theta_v - \theta_i)$
Factor de potencia	$\cos(\theta_v - \theta_i)$ , (líder si $\theta_v < \theta_i$ , rezagado de lo contrario)
Poder aparente	$S_a = V_{rms} I_{rms}$
Poder reactivo	$Q = V_{rms} I_{rms} \sin(\theta_v - \theta_i)$
Poder complejo	$S = V_{rms} \tilde{I}^* = V_{rms} I_{rms} \cos(\theta_v - \theta_i) + jV_{rms} I_{rms} \sin(\theta_v - \theta_i) = PAG + jQ$

### 2.3.2 Potencia real, reactiva y de distorsión - PSSC

En los sistemas de potencia modernos tenemos muchos dispositivos que incluyen electrónica de potencia que se enciende y apaga periódicamente durante cada ciclo de la frecuencia de potencia. Estos dispositivos distorsionan el funcionamiento sinusoidal del sistema. Los dispositivos no lineales también pueden distorsionar el funcionamiento sinusoidal del sistema. La distorsión es periódica, es decir, se repite cada ciclo de funcionamiento del sistema exactamente de la misma forma. Nos referimos a estas condiciones de funcionamiento como Condiciones de estado estacionario periódicas (PSSC). En esta sección consideramos las definiciones de potencia cuando el sistema opera en condiciones periódicas de estado estacionario (PSSC). Las formas de onda de voltaje y corriente no son sinusoidales sino periódicas. Considere nuevamente el dispositivo de puerto único como en la Figura 2.6. Si  $v(t)$  e  $i(t)$  no son sinusoides puros sino periódicos, se pueden expandir en una serie de Fourier, es decir

$$v(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} V_n e^{jn\omega t}$$

$$i(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} I_n e^{jn\omega t}$$

La potencia real se calcula como el flujo de potencia promedio, es decir

$$PAG = \frac{1}{T} \int_0^T v(t)i(t) dt$$

Usando la expansión de Fourier anterior, y después de algunas manipulaciones, el poder real es

$$PAG = \frac{1}{2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} V_n I_n^* \cos(\theta_{v_n} - \theta_{i_n})$$

Tenga en cuenta que la potencia real se puede determinar directamente a partir de la definición de potencia real. Sin embargo, para la potencia reactiva no existe una generalización única del enfoque de caso sinusoidal. De hecho, para

En el funcionamiento periódico en régimen permanente, la potencia reactiva se puede definir de diversas formas. La literatura está llena de propuestas para la definición de potencia reactiva en condiciones periódicas no sinusoidales. En este libro hemos adoptado la definición simple de potencia reactiva de la frecuencia fundamental (definida por Fryze). Además, se introduce el concepto de potencia de distorsión. Específicamente, la potencia de distorsión  $D$  se define a partir de la ecuación

$$S^2 = P^2 + Q_B^2 + D^2$$

dónde:

- $S$  es la potencia aparente definida como el producto del voltaje y la corriente eléctrica valores rms, es decir  $S = V_{rms} I_{rms}$
- $P$  es el verdadero poder
- $Q_B$  es la potencia reactiva fundamental, es decir  $Q_B = V_1 I_1 \sin(\phi)$
- $D$  es el poder de distorsión.

La potencia de distorsión, como se define anteriormente, proporciona una medida de la distorsión de la forma de onda. Específicamente, para el caso de estado estable sinusoidal, la potencia de distorsión es exactamente cero, y en el caso general no sinusoidal, se mantiene la siguiente relación:

$$S^2 = P^2 + Q_B^2 + D^2$$

Así  $D^2$  nunca es negativo. Se anima al lector a probar esta propiedad.

Las relaciones de potencia para el estado estacionario periódico no sinusoidal se resumen en la tabla 2.3.

**Tabla 2.3 Resumen de relaciones de poder - Estado estacionario periódico**

Cantidad	Ecuación
Valores instantáneos	$v(t) = \sum_{n=1}^{\infty} V_n \cos(n\omega t + \theta_n)$ , $i(t) = \sum_{n=1}^{\infty} I_n \cos(n\omega t + \phi_n)$
Fasores	$\tilde{I}_n = I_{n,rms} e^{j\phi_n}$ , $\tilde{V}_n = V_{n,rms} e^{j\theta_n}$ por $n = 0, 1, 2, 3, \dots$
Potencia instantánea	$p(t) = v(t)i(t)$
Poder real	$P = \frac{1}{T} \int_0^T v(t)i(t) dt$ , o $P = \sum_{n=1}^{\infty} V_n I_n \cos(\theta_n - \phi_n)$
Factor de potencia	porque $\phi < \theta$ (si $\phi > \theta$ , rezagado de lo contrario)
Poder aparente	$S = V_{rms} I_{rms}$
Poder reactivo	$Q_B = V_1 I_1 \sin(\phi)$
Poder de distorsión	$D^2 = S^2 - P^2 - Q_B^2$

## 2.4 Transformadores de medida

Los transformadores de instrumentos transforman el nivel de tensiones y corrientes del sistema de potencia a niveles apropiados para las entradas de relé. Los transformadores de instrumentos se clasifican en transformadores de tensión y corriente. Estos dispositivos existen en una variedad de tamaños y tecnologías de implementación. El diseño y las características de los transformadores de instrumentos se examinarán en el Capítulo 6. En esta sección consideramos las características ideales y la representación de los transformadores de instrumentos.

### 2.4.1 Polaridad del transformador

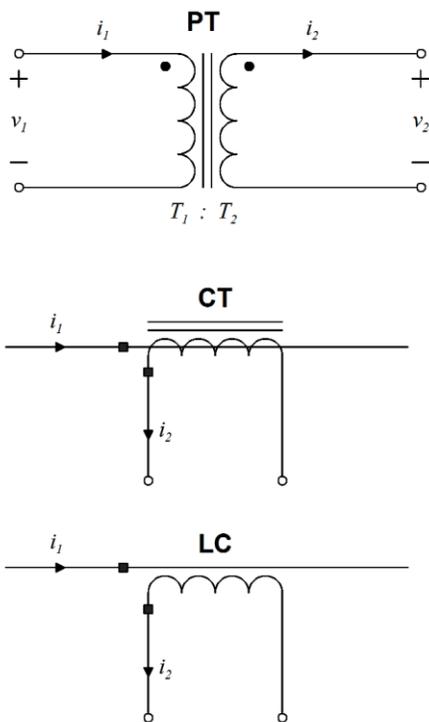


Figura 2.8: Transformador de instrumento  
Marcas de polaridad

La polaridad de los devanados de los transformadores de instrumentos es importante en muchas aplicaciones de retransmisión donde se debe preservar la fase de las formas de onda transformadas. La notación estándar que indica la polaridad del devanado se ilustra en la Figura 2.8. Las marcas de puntos o bloques cuadrados colocadas cerca de un terminal de cada devanado tienen la siguiente interpretación:

Los voltajes medidos desde los terminales marcados hasta los no marcados de cada devanado están en fase. La corriente eléctrica que fluye hacia el terminal marcado del primer devanado está en fase con la corriente eléctrica que fluye fuera del terminal marcado del segundo devanado.

### 2.4.2 Desplazamientos de fase en transformadores

Los transformadores se pueden conectar en una variedad de configuraciones, especialmente aquellos con múltiples devanados. La configuración de la conexión puede introducir un cambio de fase entre los distintos lados del transformador. Este cambio de fase debe tenerse en cuenta en cualquier aplicación.

La figura 2.9 ilustra un transformador trifásico de dos devanados. El cambio de fase entre los dos lados del transformador se calcula observando la relación básica entre los voltajes de el transformador monofásico individual.

$$\frac{\tilde{V}_A}{\tilde{V}_a} = \frac{\tilde{V}_B}{\tilde{V}_a} = \frac{\tilde{V}_c}{\tilde{V}_a} = \frac{norte}{norte} \frac{mi_{\beta 0_0}}{\sqrt{3}}$$

La figura 2.10 ilustra un transformador de desplazamiento de fase trifásico de tres devanados. El cambio de fase

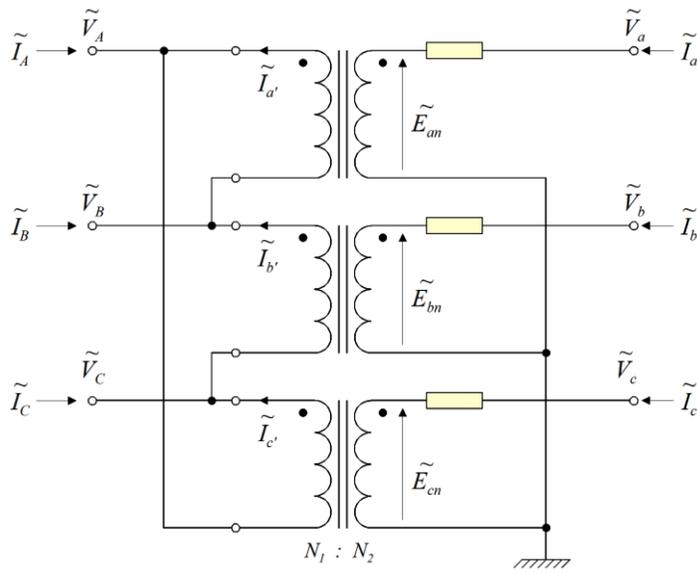


Figura 2.9 Transformador trifásico de dos devanados - Delta / Wye Conectado

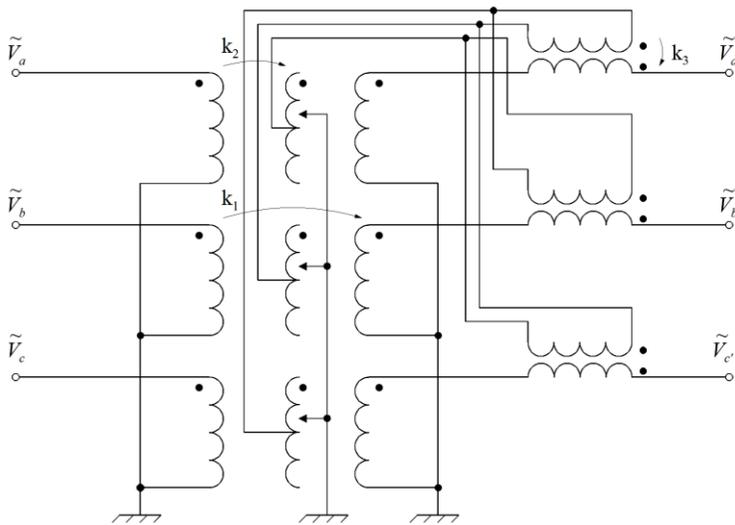


Figura 2.10 Desplazamiento de fase trifásico de tres devanados Transformador

entre los dos lados del transformador se calcula mediante observando la relación entre la voltajes de el individuo transformador monofásico.

Específicamente:

$$\tilde{V}_{a'} = k_1 \sqrt{3} k_2 k_3 (\tilde{V}_C \tilde{V}_B)$$

En estado estable equilibrado condiciones:

$$\frac{\tilde{V}_{a'}}{\tilde{V}_a} = k_1 k_2 k_3 \sqrt{3} m^{90^\circ}$$

Nota que al cambiar el transformador toque el cambio de fase entre cambios primarios y secundarios.

**Nota histórica:**

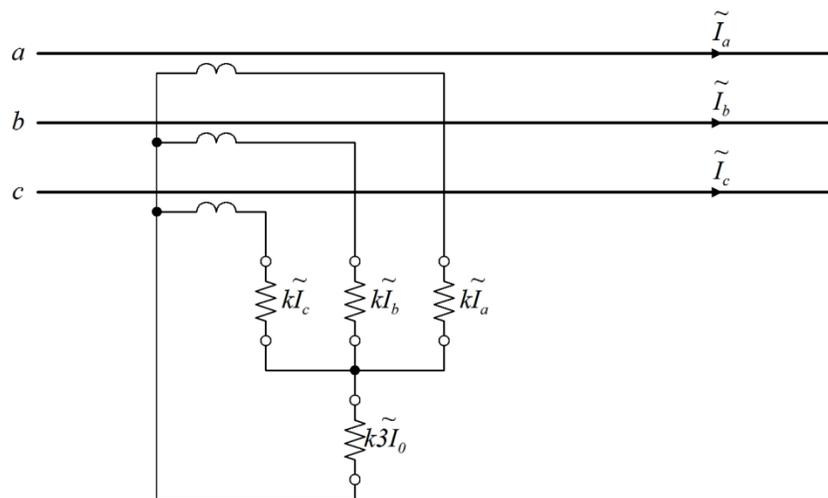
Los relés electromecánicos utilizan transformadores para crear cambios de fase y extraer cantidades específicas (como secuencia positiva, etc.) para las operaciones lógicas del relé. En los relés numéricos esto ya no es necesario ya que cualquier transformación se puede lograr procesando numéricamente los datos digitalizados de las formas de onda de voltaje y corriente. La siguiente sección proporciona información adicional.

## 2.5 Síntesis de forma de onda

En muchas aplicaciones de relés, existe la necesidad de sintetizar o extraer información específica de los voltajes y corrientes de un sistema eléctrico trifásico. Algunos ejemplos son: el valor rms de un voltaje de la forma de onda del mismo voltaje, el fasor de secuencia positiva de un conjunto de voltajes trifásicos, el valor rms de secuencia cero de un conjunto de voltajes trifásicos, etc. Para los relés electromecánicos, estos filtros son dispositivos analógicos (que comprenden resistencias, inductores, condensadores y transformadores), mientras que para los relés numéricos estos filtros son simplemente filtros digitales. La salida de los filtros se puede utilizar en una variedad de aplicaciones, por ejemplo, como voltaje de polarización en un relé direccional, etc. En esta sección describimos la construcción de algunos de los filtros más comunes.

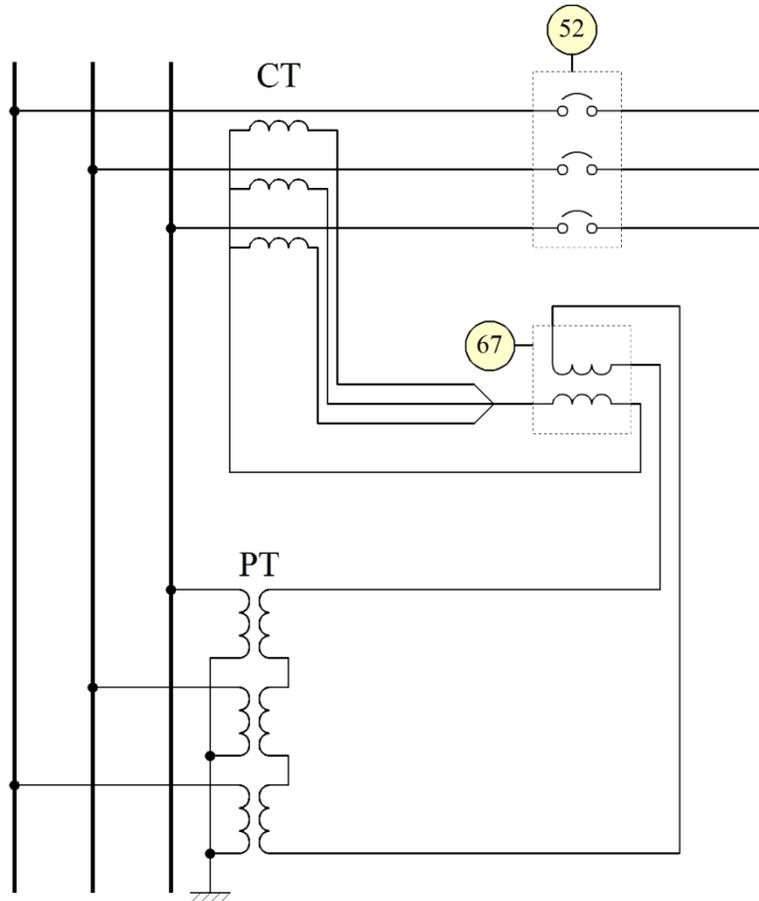
### 2.5.1 Síntesis de forma de onda de secuencia cero analógica

La figura 2.11 ilustra un circuito analógico que genera una salida que es proporcional a la corriente de secuencia cero del sistema trifásico.



**Figura 2.11 Síntesis de la corriente de secuencia cero**

El voltaje de secuencia cero puede ser generado por un transformador conectado en triángulo abierto. Figura 2.12 ilustra la aplicación de los circuitos de síntesis de secuencia cero para voltaje y corriente para un relé de tierra direccional.



**Figura 2.12 Síntesis del voltaje y la corriente de secuencia cero para una tierra direccional Relé**

## 2.5.2 Síntesis de forma de onda de secuencia analógica positiva y negativa

Los voltajes proporcionales a los componentes de secuencia positiva y negativa se generan utilizando el circuito ilustrado en la Figura 2.13. El circuito consta de tres transformadores y una red de cambio de fase que consta de resistencias (R) y condensadores (C). Se puede demostrar que seleccionando los valores R y C para que  $R = X_C$  y asumiendo una carga de circuito insignificante, produce un cambio de fase de 90 grados entre el voltaje a través del primario del transformador  $T_3$  y el voltaje desarrollado entre el Punto de interconexión RC y grifo central del transformador  $T_3$  bobinado secundario. El circuito la salida se puede expresar de la siguiente manera:

$$\tilde{V}_{fuera} = k_1(V_a - \tilde{V}_B) + k_2(V_a - V_C) + jk_3(\tilde{V}_B - \tilde{V}_C)$$

Reordenando la ecuación anterior se obtiene:

$$\tilde{V}_{fuera} = (k_1 - k_2)V_a + (-k_1 + jk_3)\tilde{V}_B + (k_2 - jk_3)\tilde{V}_C$$

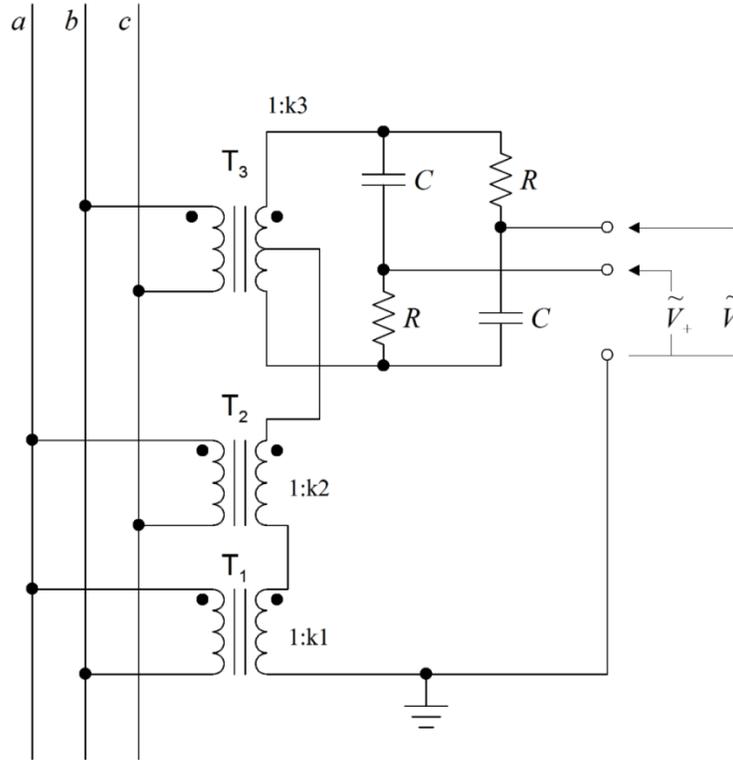
Para que el voltaje anterior sea de secuencia positiva:

$$\begin{aligned} & (k_1 - k_2) = 1/3 \\ & (-k_1 + jk_3) = 1/3 (0,5 - j0.8660254) \\ & (k_2 - jk_3) = 1/3 (0,5 + j0.8660254) \end{aligned}$$

Las ecuaciones anteriores se satisfacen para:

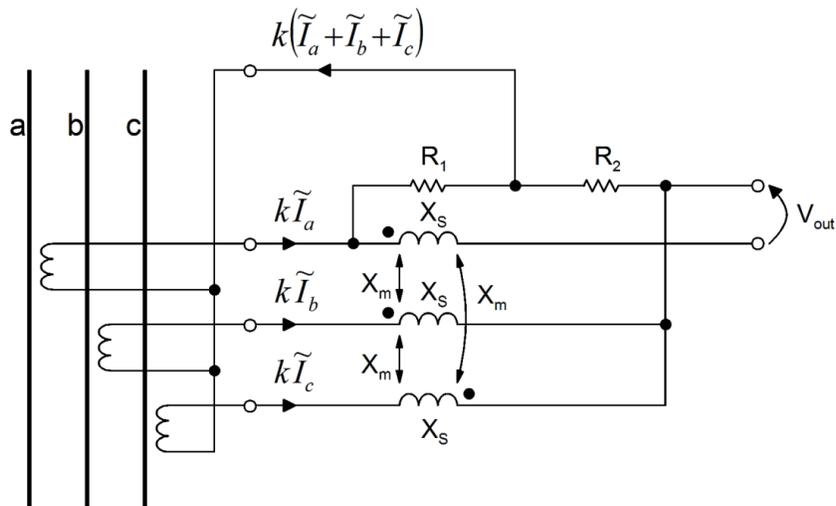
$$k_1 = k_2 = 0.16666 \text{ y } k_3 = 0.288675$$

Tenga en cuenta que invertir las posiciones R y C cambia el cambio de fase de +90 a -90 grados. Por lo tanto, agregar una segunda rama con las posiciones R y C invertidas produce una segunda salida que proporciona el voltaje de secuencia negativa. Esto se puede mostrar fácilmente sustituyendo j por -j en el anterior. ecuaciones.



**Figura 2.13: Circuito de síntesis de componente de secuencia positiva / negativa**

**Ejemplo E2.5:** Se desea diseñar un circuito de filtro que proporcione una salida de voltaje que sea proporcional a la corriente de secuencia negativa de un sistema trifásico. Para este propósito, considere el circuito de la figura E2.5. ¿Puedes seleccionar los valores de las resistencias  $R_1$  y  $R_2$ , y las reactancias  $X_s$  y  $X_{metro}$  tal que la salida de voltaje  $v_{fuera}$  sea proporcional a la corriente de secuencia positiva en el sistema trifásico? Los tres TC indicados son idénticos. La salida está conectada a un relé de alta impedancia de entrada.



**Figura E2.5**

**Solución:** Teniendo en cuenta el circuito, se cumple lo siguiente:

$$\tilde{V}_{fuera} = k(\tilde{y}_0 \tilde{I}_C) R_2 + k\tilde{I}_a R_1 + k\tilde{I}_b jX_{metro} + k\tilde{I}_c jX_m \quad 0$$

$$\tilde{V}_{fuera} = kR_1 \tilde{I}_a + \frac{R_2}{R_1} j \frac{X_{metro}}{R_1} \tilde{I}_B + \frac{R_2}{R_1} j \frac{X_m}{R_1} \tilde{I}_C$$

Se desea que:  $\tilde{V}_{fuera} \sim \tilde{I}_a$  un  $\tilde{y}_0 \tilde{I}_B$  un  $\tilde{y}_0 \tilde{I}_C$

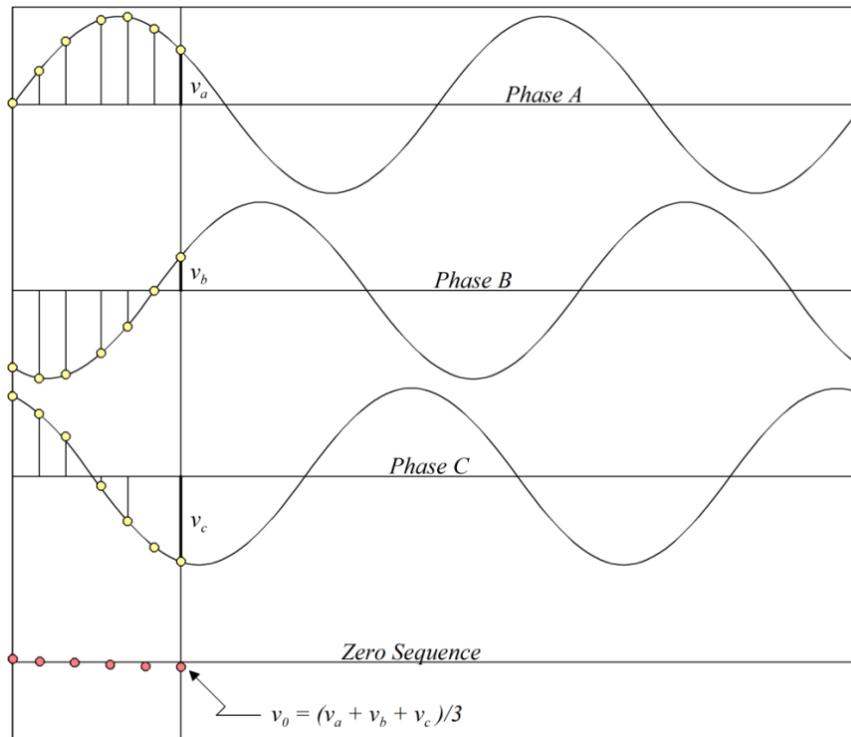
Por lo tanto:

$$\frac{R_2}{R_1} j \frac{X_{metro}}{R_1} a_2 = \frac{R_2}{R_1} 0,5$$

$$\frac{R_2}{R_1} j \frac{X_{metro}}{R_1} a = \frac{X_{metro}}{R_1} 0,866$$

### 2.5.3 Síntesis de forma de onda de secuencia cero digital

En implementaciones basadas en microprocesador, el componente de secuencia cero se calcula numéricamente simplemente agregando las muestras de tres fases en cada instante de tiempo de muestreo. El concepto se ilustra gráficamente en la Figura 2.14.



**Figura 2.14: Síntesis del componente de secuencia cero en relés numéricos**

### 2.5.4 Síntesis de forma de onda de secuencia digital positiva y negativa

Los componentes de secuencia positiva y negativa se calculan primero calculando los fasores de fase A, B y C, y luego aplicando la transformación de componente simétrico:

$$v_a(t) = \sqrt{2} A_1 \cos(\omega t) + \sqrt{2} A_2 \sin(\omega t) = V_a m_i^{-1} a$$

Nota:

$$V_a = \sqrt{A_1^2 + A_2^2}$$

$$a = \arctan \frac{A_2}{A_1}$$

### 2.5.5 Extracción fasorial: cálculo de magnitud y fase

Una forma de onda periódica se puede expandir en términos de su serie de Fourier. Específicamente, una forma de onda de voltaje  $v_a(t)$  se puede escribir como:

$$v_a(t) = a_1 \cos(\omega t) + a_2 \sin(\omega t) + \text{Armónicos}$$

Suponga que la forma de onda anterior se muestrea uniformemente a una tasa de N muestras por período. Suponiendo que la frecuencia fundamental es conocida, los parámetros  $a_1$  y  $a_2$  se pueden calcular calculando las dos sumas siguientes:

$$A = \sum_{n=0}^{N-1} v(t_n) \cos(\omega t_n) = \sum_{n=0}^{N-1} a_1 \cos^2(\omega t_n) + \sum_{n=0}^{N-1} a_2 \sin(\omega t_n) \cos(\omega t_n)$$

$$B = \sum_{n=0}^{N-1} v(t_n) \sin(\omega t_n) = \sum_{n=0}^{N-1} a_1 \cos(\omega t_n) \sin(\omega t_n) + \sum_{n=0}^{N-1} a_2 \sin^2(\omega t_n)$$

Tenga en cuenta que las sumas del lado derecho se evalúan como:

$$\sum_{n=0}^{N-1} \cos^2(\omega t_n) = N/2 + \frac{1}{2N} \sum_{k=1}^{N/2} \cos(2k\omega t_n)$$

$$\sum_{n=0}^{N-1} \sin^2(\omega t_n) = N/2 - \frac{1}{2N} \sum_{k=1}^{N/2} \cos(2k\omega t_n)$$

$$\sum_{n=0}^{N-1} \cos(\omega t_n) \sin(\omega t_n) = 0$$

Por lo tanto:

$$a_1 = 2A/N, \text{ y } a_2 = 2B/N$$

Dados los parámetros  $a_1$  y  $a_2$ , la magnitud fasorial y la fase se calculan de la siguiente manera:

$$v_a(t) = 2\sqrt{V_a} \cos(\omega t + \theta_a) \quad V_a e^{j\theta_a}$$

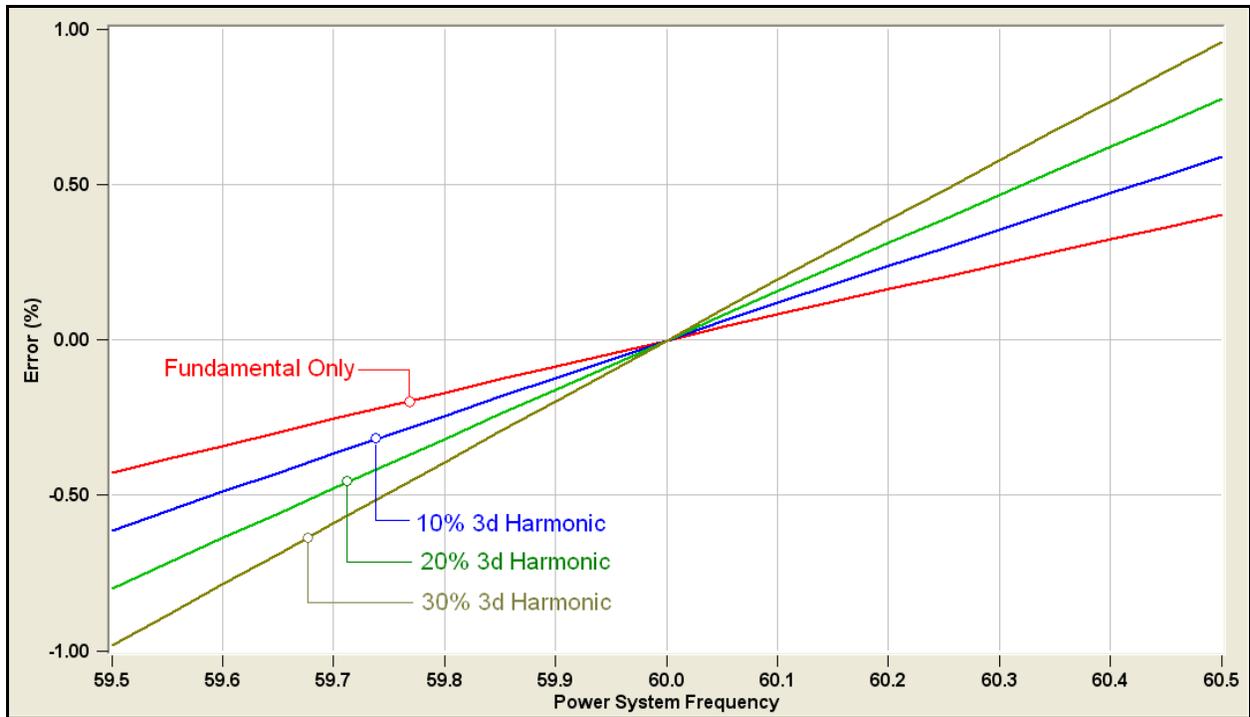
$$V_a = \sqrt{\frac{a_1^2 + a_2^2}{2}}$$

$$\theta_a = \arctan \frac{a_2}{a_1}$$

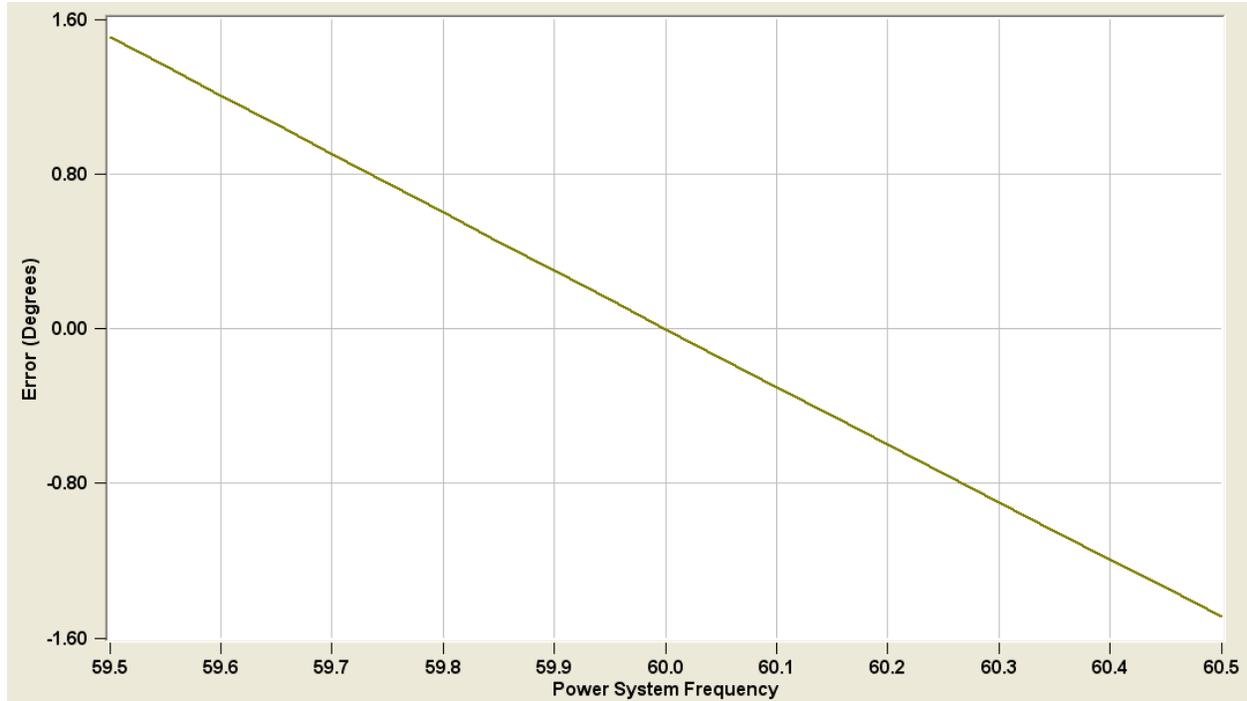
Las ecuaciones anteriores asumen que se conoce la frecuencia exacta del sistema de energía. Se introduce un error considerable si el valor utilizado en los cálculos no coincide con la frecuencia real del sistema de energía. A continuación se presenta un análisis paramétrico que cuantifica este error.

La figura 2.15 ilustra el error de magnitud fasorial calculado (en%) si la frecuencia del sistema eléctrico varía de 59,5 a 60,5, mientras que el término en las ecuaciones anteriores se establece en la frecuencia nominal del sistema de potencia (2 60) y para diferentes niveles de armónicos 3D. Tenga en cuenta que el error aumenta con la desviación de frecuencia de su valor nominal. También aumenta aún más con el nivel de distorsión armónica. El error es casi independiente de la frecuencia de muestreo, suponiendo que no se haya producido ningún alias.

La figura 2.16 ilustra el error del ángulo de fase fasorial calculado (en grados) si la frecuencia del sistema eléctrico varía de 59,5 a 60,5, mientras que el término en las ecuaciones anteriores se establece en la frecuencia nominal del sistema de potencia (2 60). Nuevamente, el error aumenta con la desviación de frecuencia de su valor nominal. Sin embargo, es casi independiente de la distorsión armónica y del muestreo. tasa, asumiendo que no se ha producido ningún alias.



**Figura 2.15: Error de cálculo de la magnitud fasorial frente al sistema de potencia Frecuencia y Nivel Armónico 3D.**



**Figura 2.16: Error de cálculo de la fase fasorial frente a la frecuencia del sistema de potencia**

## 2.5.6 Extracción fasorial: cálculo de frecuencia fundamental

Muchas aplicaciones de relés requieren una determinación precisa del valor instantáneo de la frecuencia fundamental del sistema de potencia. Por ejemplo, la precisión de la magnitud de la forma de onda y el cálculo de fase presentado en la sección anterior depende de la precisión del valor asumido para la frecuencia fundamental del sistema de potencia. En esta sección se presenta un método práctico para realizar esta tarea.

El método presentado se basa en el cálculo de la tasa de cambio de un ángulo de fase fasorial. A continuación se describe una implementación recursiva computacionalmente eficiente.

Las siguientes dos sumas se actualizan de forma recursiva cada vez que una nueva muestra de forma de onda está disponible:

$$V_1(k) = \sum_{i=0}^{k-1} x(i) \cos(\omega_0 T i)$$

$$V_2(k) = \sum_{i=0}^{k-1} x(i) \sin(\omega_0 T i)$$

dónde:

$x(i)$  secuencia de muestra de forma de onda de entrada (voltaje o corriente)

$\omega_0$  frecuencia de base de potencia ( $= 2\pi F_0$ )

$T$  periodo de muestreo

norte Número de muestras en un período =  $\frac{2}{\omega_0 T}$

En cada instante de tiempo se actualizan las dos sumas, el ángulo fasorial se calcula de la siguiente manera:

$$\theta(k) = \arctan \left( \frac{V_2(k)}{V_1(k)} \right)$$

La frecuencia se calcula a partir de la tasa de cambio del valor anterior de la siguiente manera:

$$F(k) = F_0 + \frac{\theta(k) - \theta(k-1)}{2\pi T}$$

dónde:

$$\theta(k) = \theta(k-1) + \Delta\theta$$

$T$  periodo de muestreo.

$F_0$  frecuencia de potencia nominal.

Tenga en cuenta que el valor de  $F(k)$  debe corregirse siempre que  $\theta(k)$  cruza de  $\pi$  a  $-\pi$  o de  $-\pi$  a  $\pi$  sumando o restando  $2\pi$ .

## 2.5.7 Extracción de fasores: implementación de matriz circular

Los cálculos de extracción de fasores se pueden implementar con alta eficiencia computacional utilizando un algoritmo basado en matriz circular. De esta manera se pueden implementar cálculos como promedios móviles y transformadas discretas de Fourier. Considere, por ejemplo, los valores  $V_1(k)$  y  $V_2(k)$  utilizado en el algoritmo de seguimiento de frecuencia presentado en la sección 2.5.6:

$$V_1(k) = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{k-1} x(i) \cos(\omega T i)$$

$$V_2(k) = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{k-1} x(i) \sin(\omega T i)$$

La implementación de matriz circular de este cálculo es la siguiente. Se configuran dos matrices circulares con  $N$  entradas cada una. Todas las entradas se inicializan a cero. También dos acumuladores que contendrán los valores actuales de  $V_1(k)$  y  $V_2(k)$  se inicializan a cero. Como cada muestra  $x(i)$  está disponible, se realizan los siguientes pasos:

- 1 Calcule los valores  $y(i) = x(i) \cos(\omega T i)$  y  $z(i) = x(i) \sin(\omega T i)$
- 2 Actualice los dos acumuladores de la siguiente manera:

$$V_1(k) = V_1(k-1) + y(i) - y(i-N)$$

$$V_2(k) = V_2(k-1) + z(i) - z(i-N)$$

Tenga en cuenta que  $y(i-N)$  y  $z(i-N)$  son los valores más antiguos almacenados en las matrices circulares.

- 3 Almacenar los valores  $y(i)$  y  $z(i)$  en las matrices circulares. Esto hace que los valores almacenados en  $N$  pasos atrás,  $y(i-N)$  y  $z(i-N)$  para ser sobrescrito.
- 4 Calcule el valor fasorial de la siguiente manera:

$$\tilde{V}(k) = \frac{\sqrt{2}}{N} \begin{pmatrix} V_1(k) \\ jV_2(k) \end{pmatrix}$$

El algoritmo anterior se ilustra gráficamente en la Figura 2.17.

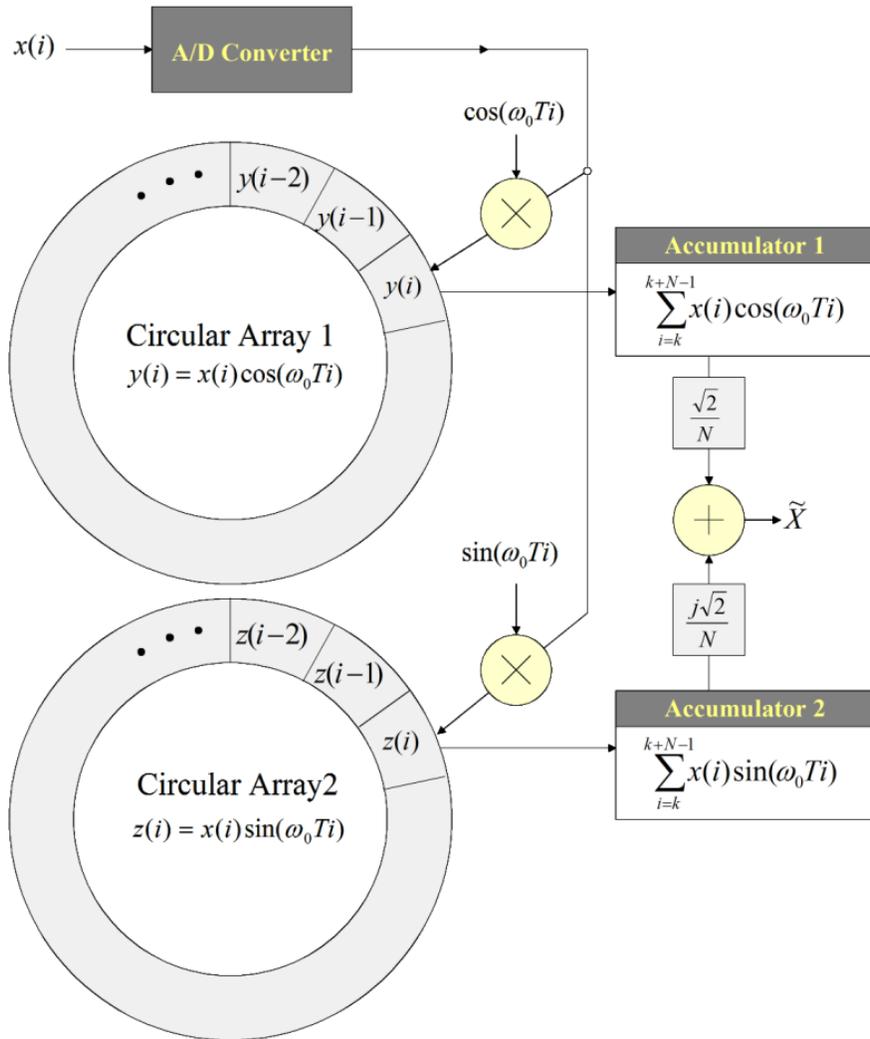
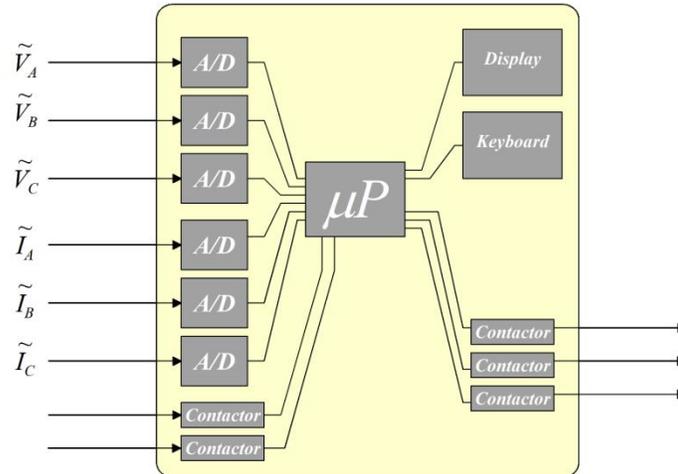


Figura 2.17 Ilustración de la implementación de matriz circular para cálculos fasoriales

## 2.5.8 Comparación entre implementaciones de computadoras analógicas y digitales

La figura 2.18 ilustra el diagrama de bloques general de una implementación digital típica de un relé de protección. Consiste en un banco de convertidores analógicos a digitales que muestrean continuamente varios canales de voltaje y corriente. Los datos muestreados son procesados por un microprocesador que utiliza algoritmos diseñados para la aplicación de relé específica. El microprocesador controla una serie de contactores que se pueden utilizar para controlar interruptores o activar circuitos de alarma externos según los resultados del algoritmo de ejecución. Por lo general, también se incluyen una pantalla, un teclado y otras opciones de E / S (como RS232, puertos ethernet, etc.) que permiten al usuario ver el relé estado, así como ver y modificar la configuración del relé.



**Figura 2.18: Implementación típica de relés digitales: diagrama de bloques**

La implementación anterior permite una completa flexibilidad en la implementación de una variedad de funciones de relé. De hecho, el mismo hardware de relé se puede utilizar para implementar cualquier función de relé deseable, como sobrecorriente, distancia, direccional, protección diferencial, etc. Los relés digitales se pueden programar para simular el funcionamiento de relés electromecánicos o realizar nuevas funciones originales. El único componente que debe modificarse para cambiar la función del relé es el software. Por el contrario, las implementaciones de relés analógicos (electromecánicos) pueden realizar solo la función única para la que fueron diseñadas originalmente.

Un beneficio adicional que surge de la implementación de la computadora digital es que los relés también pueden proporcionar la función de *grabación de eventos digitales*.

## 2.6 Muestreo sincronizado

En muchas aplicaciones, es deseable calcular los ángulos de fase de los fasores de tensión y corriente con respecto a una referencia de tiempo común. Esta capacidad es útil en aplicaciones de localización de fallas donde las mediciones de fasores están disponibles desde los dos extremos de una línea de transmisión. Otra aplicación donde la referencia de fase absoluta es esencial son las mediciones del estado del sistema basadas en mediciones de fasores directos en todo el sistema de energía. Un método práctico para obtener una referencia de tiempo común es el uso del Sistema de posicionamiento global (GPS). Los relojes basados en GPS pueden proporcionar señales de referencia de tiempo con una precisión superior a 1 microsegundo. Con esta tecnología, los sistemas de adquisición de datos ubicados en diferentes ubicaciones pueden muestrear de forma sincrónica dentro de la precisión de las señales de sincronización del GPS. Tenga en cuenta que un error de tiempo de  $t$  al medir una señal periódica del período  $T$  da como resultado un error de fase de:

$$\text{Error de tiempo: } t \quad \text{Error de fase: } 360 \frac{t}{T} (\text{grados})$$

Para una señal de 60 Hz y un error de temporización de 1 microsegundo, el error resultante es de 0,0216 grados. Este nivel de error es adecuado para la mayoría de los cálculos de fasores de frecuencia industrial. Considere por ejemplo

el cálculo del flujo de energía a través de una línea de transmisión. Suponiendo que el componente principal de la impedancia en serie es inductivo, el flujo de potencia viene dado aproximadamente por:

$$P_{AG} = \frac{V_2}{X}$$

Donde  $V$  es el voltaje de fase,  $X$  es la reactancia en serie y  $\delta$  es la diferencia de fase entre los voltajes en los dos terminales de la línea. Si  $\delta$  es de 2 grados, entonces, el error de potencia para un error de fase de 0,02 grados es aproximadamente del 1%. Por tanto, una precisión de tiempo de 1 microsegundo es un requisito razonable para tales aplicaciones.

### **El código de tiempo IRIG-B**

Para reducir el costo del equipo, muchos relés y otros sistemas de adquisición de datos capaces de muestreo síncrono no incluyen una fuente de reloj incorporada como un receptor GPS, pero aceptan una señal de sincronización de un reloj externo. Por tanto, se puede instalar un solo receptor GPS en una subestación y proporcionar señales de temporización a cualquier número de equipos de adquisición de datos. El estándar de señal de temporización más comúnmente utilizado para este propósito es el formato de código de tiempo IRIG. El estándar de código de tiempo IRIG fue desarrollado por el Grupo de Trabajo de Telecomunicaciones del Grupo de Instrumentación Inter-Rango (IRIG), que es la parte de estándares del Consejo de Comandantes de Rango (RCC). El trabajo en este estándar comenzó en 1956, mientras que la última versión es el estándar IRIG 200-04, publicado en septiembre de 2004. El estándar contiene varios códigos de tiempo diferentes identificados por designaciones alfabéticas A, B,

El código IRIG-B es una señal binaria transmitida en serie que consta de una secuencia de "tramas". Cada cuadro contiene información de fecha y hora más algunos bits adicionales de "Función de control" que están reservados para aplicaciones especiales. Una trama se transmite cada segundo y consta de una señal binaria que contiene 74 bits, y cada bit está representado por un pulso de ancho variable que ocurre dentro de un intervalo de 10 milisegundos. La información en los 74 bits de una trama se enumera en la Tabla 2.4. Tenga en cuenta que los primeros 6 números que forman la marca de tiempo están codificados en decimal codificado en binario (BCD). Los bits de control no están definidos por el estándar ya que son para uso interno del Consejo de Comandantes de Rango. Los segundos del día están en *derecho* forma binaria y representan el número de segundos desde la medianoche.

**Tabla 2.4: Codificación de información de tramas IRIG-B**

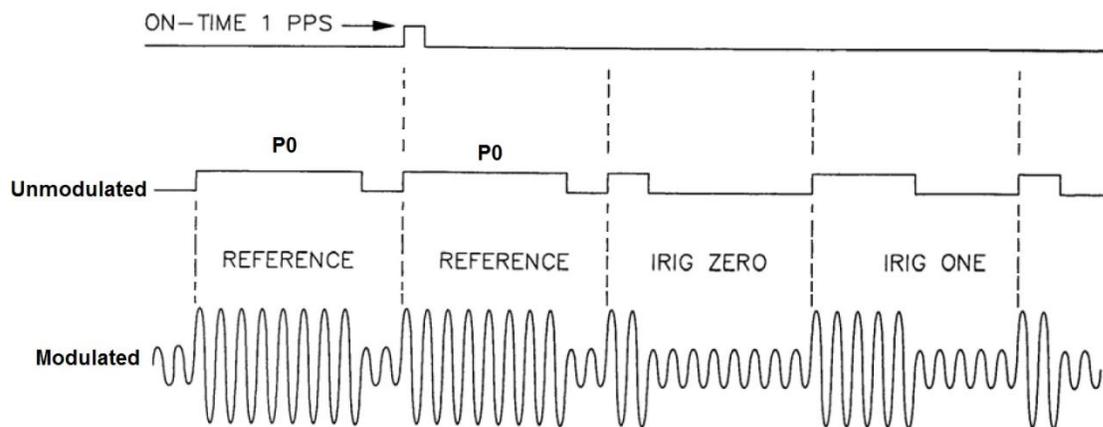
Número de Bits	Codificación	Información
7	BCD	Segundos de minuto (0-59)
7	BCD	Minutos de hora (0-59)
6	BCD	Horas del día (0-24)
10	BCD	Días del año (0-366) Año
9	BCD	(dos últimos dígitos) Bits
18	Binario	de control
17	Binario	Segundos del día (0-86399)

La señal IRIG-B se puede transmitir en tres modos:

- Sin modular
- Amplitud modulada
- Manchester modificado Modulado

En la Figura se ilustra una instantánea de una señal IRIG no modulada y una señal de amplitud modulada. 2.19. La frecuencia de la señal portadora modulada se especifica en 1 kHz. Por lo tanto, cada período de 10 ms durante el cual se transmite un bit contiene 10 ciclos de forma de onda portadora. Una ventaja de la transmisión IRIG-B modulada es que no contiene ningún componente de CC y, por lo tanto, se puede transmitir fácilmente a través de circuitos de aislamiento galvánico como transformadores o etapas acopladas capacitivas. Una gran desventaja es que la resolución temporal es considerablemente inferior a la de la transmisión no modulada. Específicamente, la resolución de tiempo de la señal no modulada es típicamente del orden de 100 nanosegundos. Esto se ve facilitado por el breve tiempo de subida de los pulsos que comprenden la señal no modulada. Por otro lado, el tiempo de subida de la señal modulada está determinado por la frecuencia portadora de 1 kHz, lo que da como resultado una resolución de tiempo del orden de 100 microsegundos. Una desventaja menor de la señal IRIG no modulada es que contiene un componente de CC significativo que es función de los datos transmitidos. Por lo tanto, el paso de esta señal a través de circuitos de aislamiento galvánico de bloqueo de CC puede causar deterioro de la señal y errores de datos. El modo de transmisión Manchester Modulated combina las ventajas de los otros dos modos. Las descripciones detalladas del esquema modulado Manchester se describen en el estándar IRIG.

La figura 2.20 muestra un ejemplo de una trama IRIG-B sin modular completa. Tenga en cuenta que la trama comienza con dos pulsos de 8 milisegundos que indican el comienzo de la trama (P0). Los binarios están representados por pulsos de 5 milisegundos, mientras que los ceros binarios están representados por pulsos de 2 milisegundos. Los pulsos adicionales de 8 milisegundos separan los campos de datos secuenciales (segundos, minutos, horas, etc.).



**Figura 2.19: Instantánea de una señal IRIG-B modulada y no modulada**

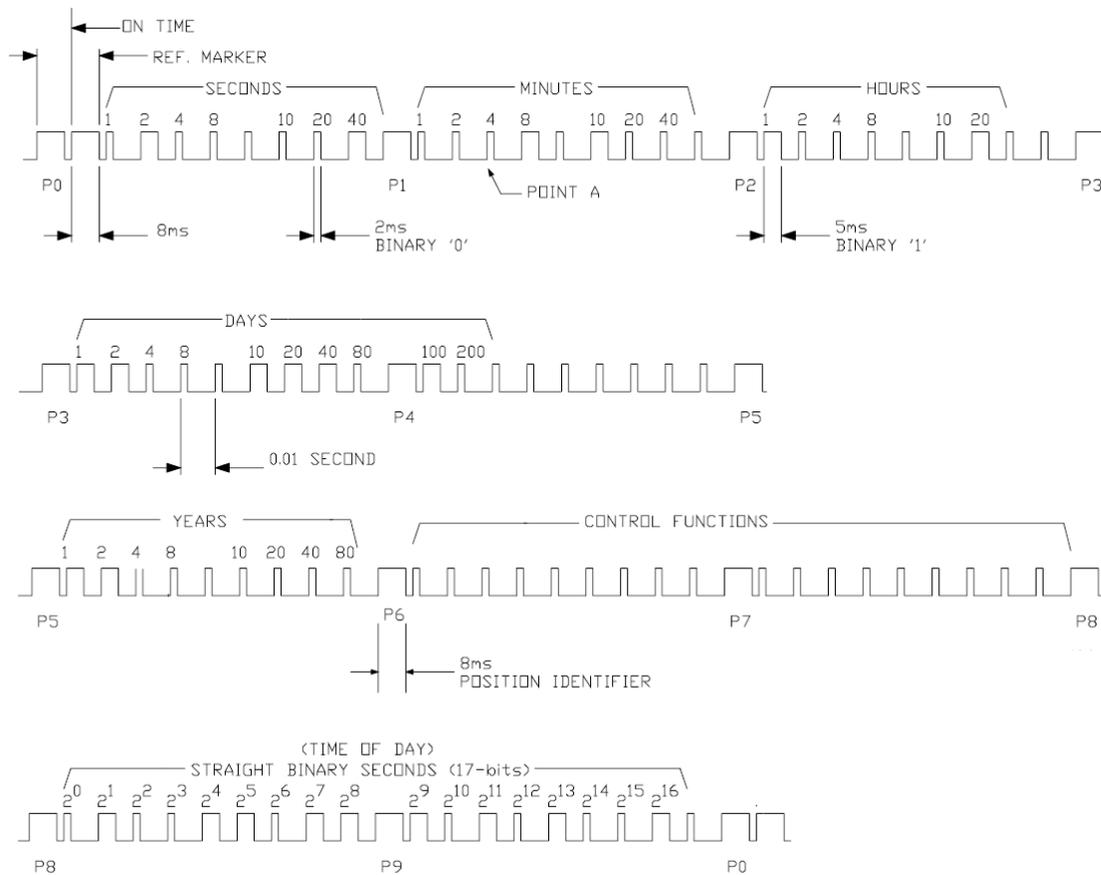


Figura 2.20: Ejemplo de trama no modulada IRIG-B

### El estándar de sincrofasores IEEE

IEEE ha creado un estándar que define tanto los procedimientos de medición como la transmisión de las mediciones de fasores. La norma original fue creada en 1995, actualizada en 2005 y en 2011. La versión 2011 se ha dividido en dos documentos, Std-C37.118.1 y Std-C37.118.2. El primer documento cubre las técnicas de medición, mientras que el segundo documento cubre las comunicaciones. A continuación se incluye una breve descripción de los conceptos definidos en la norma.

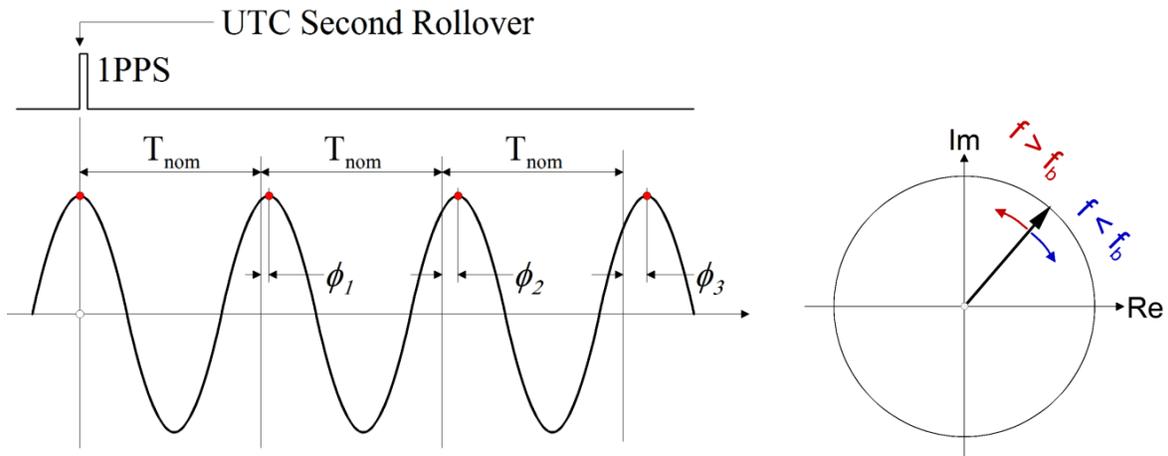
El estándar introduce el término "Sincrofasor" definido como un fasor con magnitud igual al valor RMS de una forma de onda de voltaje o corriente monitoreada, y ángulo de fase definido usando una función coseno, a la frecuencia nominal del sistema, referenciada al "Tiempo Universal Coordinado" (UTC). Específicamente, la magnitud  $X_{metro}$  y fase  $\varphi$  Los ángulos están definidos por la ecuación:

$$x(t) = \sqrt{2} \bar{X} \cos(\omega t + \varphi)$$

donde  $x(t)$  es la forma de onda de voltaje o corriente monitoreada y  $\omega$  es la frecuencia base nominal del sistema. De esta definición se deduce que un sincrofasor con un ángulo de fase de 0 grados corresponde a una función sinusoidal que alcanza su valor máximo en el segundo UTC

rollover, mientras que una función sinusoidal con un cruce por cero de pendiente positiva que ocurre en el segundo UTC tiene un ángulo de fase de  $-90$  grados.

Tenga en cuenta que, dado que los sincrofasores siempre están referenciados a la frecuencia base nominal del sistema, el ángulo de fase de un sincrofasor con frecuencia inferior a la frecuencia nominal disminuye con el tiempo. Este fenómeno se ilustra gráficamente en la Figura 2.21.



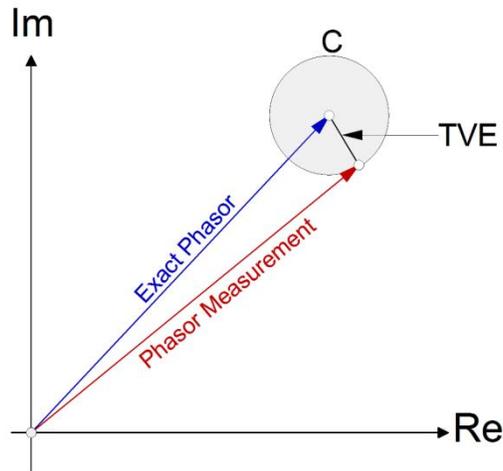
**Figura 2.21: Variación del ángulo de fase del sincrofasor a frecuencias fuera de los nominales**

El primer ciclo de esta Figura alcanza su valor máximo en el segundo instante de tiempo de renovación UTC, mientras que los ciclos sucesivos alcanzan sus valores máximos en instantes de tiempo que se retrasan cada vez más desde el inicio de la ventana del período nominal correspondiente. Al trazar este sincrofasor en un plano complejo, parecerá que gira en el sentido de las agujas del reloj a una velocidad igual a la diferencia entre las frecuencias nominal y real. Por el contrario, si la frecuencia real es más alta que la frecuencia nominal, el sincrofasor girará en sentido antihorario.

Tenga en cuenta que el segundo instante de tiempo de sustitución UTC corresponde al flanco ascendente de una señal de temporización denominada señal de "Un pulso por segundo" (1PPS) (consulte la Figura 2.21). Esta señal es una salida común de los relojes basados en GPS. Es una señal que proporciona precisión de sincronización con una resolución típica de menos de un microsegundo. Esta señal se transmite típicamente junto con una señal IRIG modulada en AM para lograr una sincronización de alta resolución. No es necesario si la señal IRIG no está modulada, o si está modulada "Modified Manchester".

El estándar de sincrofasores IEEE requiere que un dispositivo que mida fasores, denominado Unidad de medición de fasores (PMU) genere un flujo de datos que contenga sincrofasores de las formas de onda de voltaje y corriente monitoreadas, así como la frecuencia del sistema y la tasa de cambio de frecuencia (ROCOF) derivado de las formas de onda monitoreadas. Estos datos deben escribirse en "marcos de datos" y transmitirse normalmente a través de una red de área amplia a otros dispositivos. El estándar define un conjunto mínimo de velocidades de transmisión de tramas de datos que una PMU debe ser capaz de generar. Para sistemas de 60 Hz, las PMU deben poder generar tramas de datos de sincrofasores a velocidades de 10, 12, 15, 20, 30 y 60 sincrofasores por segundo. A todas las velocidades, siempre debe haber un fasor correspondiente al traspaso de la hora UTC, y las muestras restantes deben tomarse a intervalos de tiempo uniformemente espaciados.

El estándar de sincrofasores IEEE especifica límites en el error de medición del sincrofasor, así como la frecuencia y la tasa de cambio de los errores de medición de frecuencia. El error del sincrofasor se expresa en términos del "Error total del vector". El error vectorial total (TVE) se ilustra en la Figura 2.22 y se define como la magnitud de la diferencia entre el fasor medido y el fasor exacto teórico. Una desventaja del TVE es que no distingue entre errores de magnitud y de fase. Para ciertas aplicaciones para las que el error de fase es más crítico que el error de magnitud (por ejemplo, cálculos de flujo de potencia real), es preferible una especificación de error de fase y magnitud separada.



**Figura 2.22: Error total del vector**

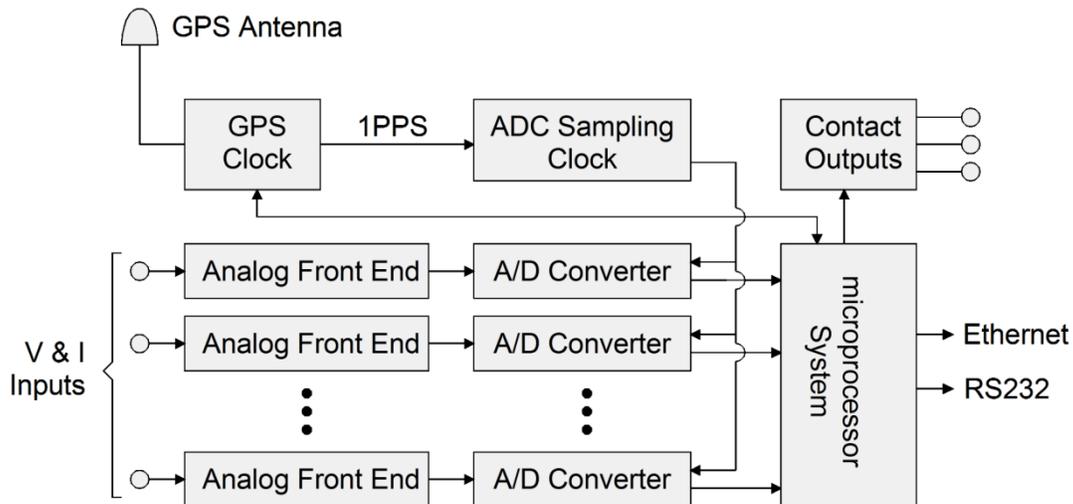
Tenga en cuenta que el error de medición del sincrofasor puede variar considerablemente según las condiciones de las señales medidas. Dependiendo del algoritmo utilizado para extraer fasores de los datos de forma de onda muestreados, el error puede ser considerablemente mayor durante los transitorios (como la variación de magnitud o frecuencia) y la distorsión armónica de la forma de onda. Por ejemplo, en varias implementaciones de PMU se utilizan filtros de promediado para reducir errores durante condiciones de estado estacionario. Sin embargo, estos filtros en realidad aumentan los errores fasoriales calculados durante condiciones transitorias. Por lo tanto, es importante probar los algoritmos de cálculo de fasores frente a una variedad de condiciones de señal.

El estándar de sincrofasores IEEE incluye una especificación detallada del formato de los datos transmitidos. Específicamente, se definen dos tipos de tramas de sincrofasores: (a) tramas de configuración y (b) tramas de datos. Los marcos de configuración contienen información de configuración de PMU, como el número de canales de entrada, nombres de canal, nombre de estación, codificación numérica (punto flotante o entero), etc. La información en los marcos de configuración cambia con poca frecuencia y, por lo tanto, los marcos de configuración se transmiten solo después de una solicitud de un dispositivo que recibe la corriente de sincrofasor. Los marcos de datos contienen la marca de tiempo del marco, los indicadores de calidad del reloj, los valores fasoriales medidos, la frecuencia medida del sistema y el ROCOF. El estándar también permite la transmisión de una serie de valores analógicos y discretos. Estos valores se utilizan normalmente para transmitir datos de estado de la estación, como la configuración de las tomas del transformador y el estado del interruptor. Todos los valores de los marcos de datos están codificados en forma binaria, lo que da como resultado un formato de mensaje muy compacto.

### **Etiquetado de tiempo versus muestreo sincrónico verdadero**

Las PMU utilizan un reloj de referencia sincronizado UTC para proporcionar una secuencia de mediciones fasoriales con un ángulo de fase referenciado a la hora UTC utilizando dos enfoques: (a) etiquetado de tiempo y (b) muestreo sincronizado. En el **etiquetado de tiempo** Aproximadamente, el reloj de muestreo de los convertidores A / D funciona libremente (es decir, no está sincronizado con UTC de ninguna manera) y a cada muestra se le asigna una etiqueta de tiempo leyendo el reloj de referencia en el momento en que se toma cada muestra. A partir del momento en que se marcan las muestras de datos en los instantes de tiempo deseados, se estiman por interpolación.

En el **muestreo sincronizado** En este enfoque, el reloj del convertidor A / D se sincroniza con UTC de modo que siempre se toma una muestra dentro de un microsegundo o menos desde el segundo vuelco UTC. Este enfoque garantiza que los fasores se puedan calcular directamente en los intervalos de tiempo deseados sin necesidad de interpolación. La ventaja obvia del método de muestreo sincronizado es que evita errores de interpolación, que pueden ser importantes durante los transitorios. Por supuesto, el hardware necesario para la implementación del muestreo sincronizado es más complejo, ya que requiere un convertidor A / D dedicado para cada canal, impulsado por un reloj de muestreo común "disciplinado" al segundo rollover UTC. (La tecnología de bucle de bloqueo de fase es un enfoque común para lograr la sincronización de reloj requerida). La figura 2.23 ilustra la organización del hardware necesaria para el muestreo sincronizado.



**Figura 2.23: Diagrama de bloques de ejemplo de un sistema de adquisición de datos con sincronización  
Capacidad de muestreo**

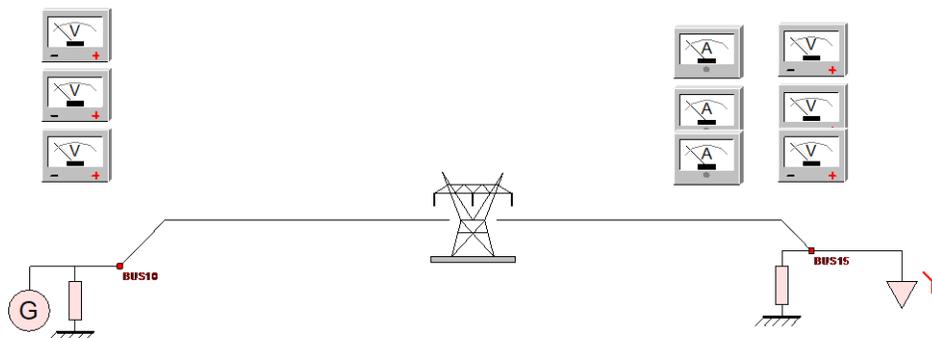
## 2.7 Interoperabilidad

La interoperabilidad es una propiedad que se refiere a la capacidad de diversos sistemas para trabajar juntos. En general, se puede definir como la “propiedad de un producto o sistema, cuyas interfaces se entienden completamente, para trabajar con otros productos o sistemas, presentes o futuros, sin ningún acceso restringido o implementación”. Tenga en cuenta que se aplica a cualquier dispositivo o sistema que suele ser un sistema integrado que puede interactuar con un sistema cibernético, así como con un sistema físico que intercambia información con el resto del mundo. En el contexto de la protección del sistema de energía, la interoperabilidad se aplica a cualquier relé, unidad de fusión, medidor, registrador de fallas, dispositivo de monitoreo, enrutadores, sistemas de automatización y otros.

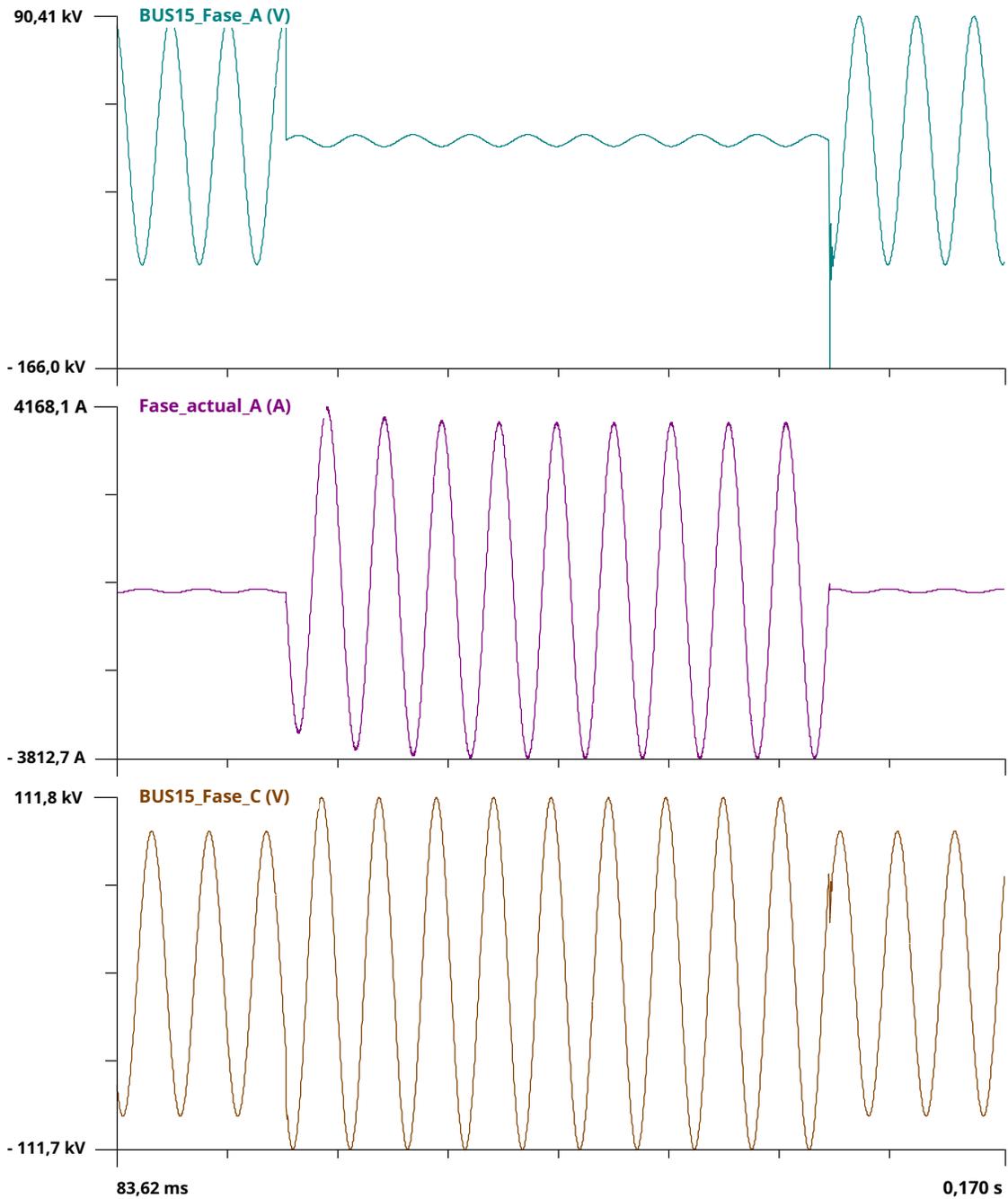
### A COMPLETAR

## 2.8 Conexión a tierra del sistema

La puesta a tierra del sistema juega un papel importante en el desempeño de un sistema de energía durante fallas a tierra asimétricas. Como resultado, el funcionamiento del relé se ve afectado por la conexión a tierra. Durante las fallas a tierra, el potencial de los neutros y las tierras del sistema puede elevarse a un voltaje sustancial con respecto al voltaje de “Tierra remota”. Este potencial se conoce comúnmente como el aumento del potencial de tierra o GPR. Además, las tensiones en las fases sin fallas con respecto a la tensión neutra pueden elevarse a valores superiores a las tensiones nominales correspondientes. La Figura 2.24 muestra el diagrama unifilar de un sistema de energía simple que consta de una fuente trifásica (en el bus 10), una línea de transmisión y una carga (bus 15). Una sola falla de línea a tierra que ocurre en el bus 15 se simula utilizando un modelo de alta fidelidad que incluye una representación explícita de la conexión a tierra de la línea de transmisión, sus conductores de fase y blindaje, así como los modelos de conexión a tierra en ambos extremos de la línea. La Figura 2.25 ilustra los voltajes y corrientes resultantes que ocurren durante la falla a tierra. Tenga en cuenta que el voltaje de línea sin falla (fase C, curva inferior) asume un voltaje más alto durante la falla que antes del inicio de la falla o después de que se borra la falla. Ambos fenómenos son obviamente indeseables, ya que pueden afectar la seguridad humana y causar daños al equipo. Ambos fenómenos pueden mitigarse mediante un sistema de puesta a tierra de alta calidad (baja impedancia).



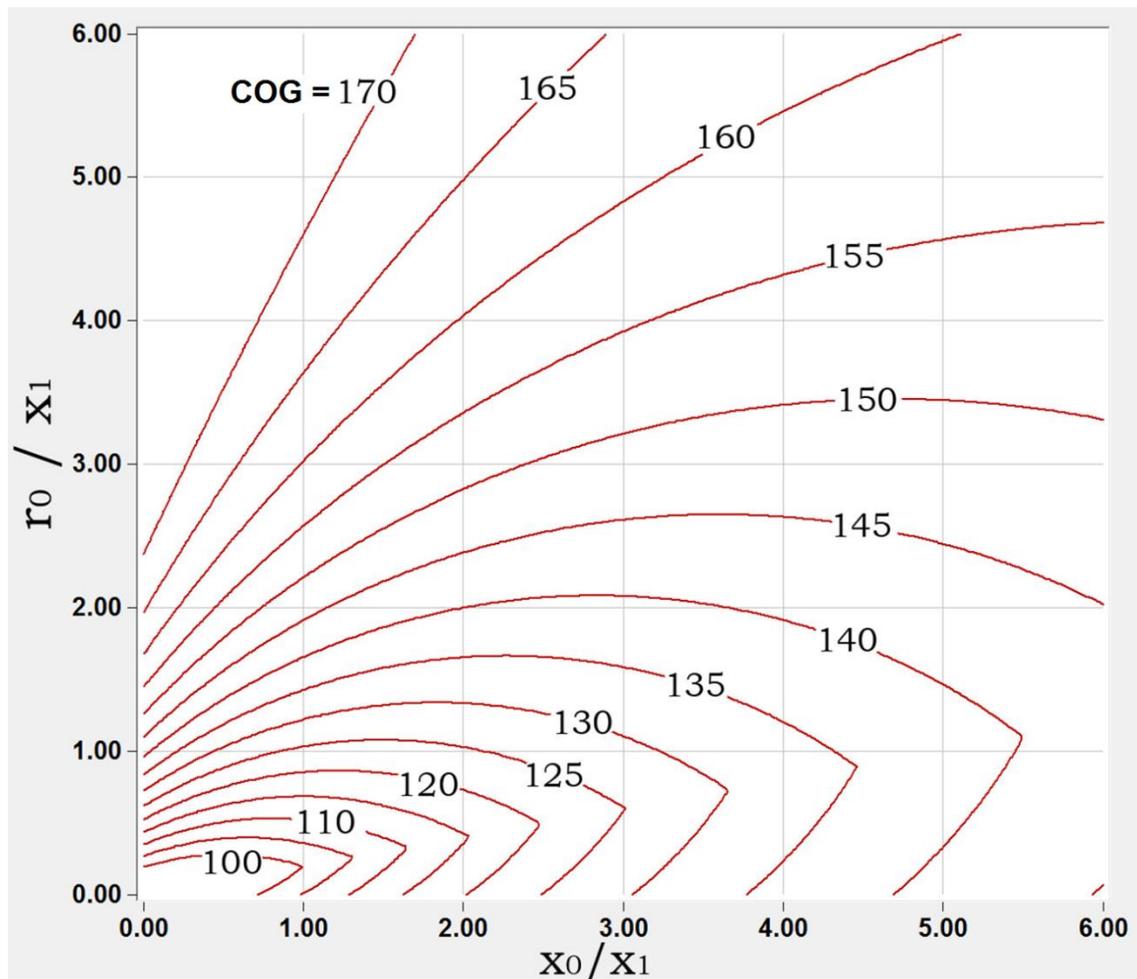
**Figura 2.24: Diagrama de una sola línea del sistema de prueba para el aumento del potencial del suelo**  
**Evaluación**



**Figura 2.25: Corrientes y voltajes típicos durante una falla de línea única a tierra**

Seguimiento superior: Voltaje de fase con falla (fase A)  
 Trazo medio: Corriente de falla (fase A)  
 Seguimiento inferior: voltaje de fase sin fallas (fase C)

Además, las sobretensiones de fase sin fallas excesivas y el aumento del potencial de tierra también pueden resultar en un funcionamiento incorrecto del relé de protección. Por lo tanto, es deseable mitigar estos fenómenos asegurándose de que el sistema de energía esté "efectivamente conectado a tierra". De hecho, el término sistema "efectivamente conectado a tierra" se define como un sistema que durante una falla a tierra asimétrica, los voltajes de fase sin falla no exceden el 80% de su voltaje nominal línea a línea, o el 138% del voltaje nominal de fase a tierra. Una métrica relacionada de la efectividad del sistema de puesta a tierra es el "Coeficiente de puesta a tierra" (COG) que se define como la relación entre los voltajes máximos de fase sin falla y los voltajes de fase nominales. La figura 2.26 proporciona una forma rápida de calcular el coeficiente de conexión a tierra dados los componentes de secuencia de la impedancia de un sistema de energía trifásica en la ubicación de la falla.



**Figura 2.26: Coeficiente de puesta a tierra versus componentes de secuencia de impedancia en la ubicación de la falla. (Curvas generadas asumiendo  $r_1 = r_2 = 0,2 \cdot X_1$ )**

De la Figura 2.26 se puede concluir que si se cumplen las siguientes condiciones, el sistema está efectivamente conectado a tierra:

$$X_0/X_1 < 3 \text{ y } r_0/X_1 < 1$$

## 2.9 Soluciones de red

En esta sección discutimos técnicas para la solución de problemas de red. Las soluciones de red pertinentes para aplicaciones de relés pueden involucrar sistemas de energía con fallas (fallas simétricas o fallas asimétricas) o sistemas en condiciones transitorias. La mayoría de las soluciones de red actuales se basan en métodos nodales. Presentamos la base de este método en la siguiente sección.

### 2.9.1 Análisis nodal

El análisis nodal es un método poderoso para el análisis de circuitos. Se aplica a cualquier circuito que consta de elementos pasivos y fuentes de corriente.

**Ejemplo E2.6:** La figura E2.6 ilustra un sistema de energía trifásico que consta de una fuente conectada en estrella, un motor conectado en triángulo, una carga conectada en triángulo y dos líneas de transmisión. Por simplicidad, se supone que la impedancia interna tanto de la fuente como del motor es cero. El sistema es simétrico y funciona en condiciones equilibradas. Los siguientes han sido Medido:

$$\begin{aligned} m_a &= 7,2 e_{j0^\circ} && \text{kV} \\ m_{AB} &= 12,0 e_{j5^\circ} && \text{kV} \end{aligned}$$

- Calcule la corriente eléctrica  $I_a$  y  $I_{AB}$  que se muestra en la Figura. Proporcione tanto la magnitud como fase.
- ¿Cuál es la potencia real total absorbida por el motor?

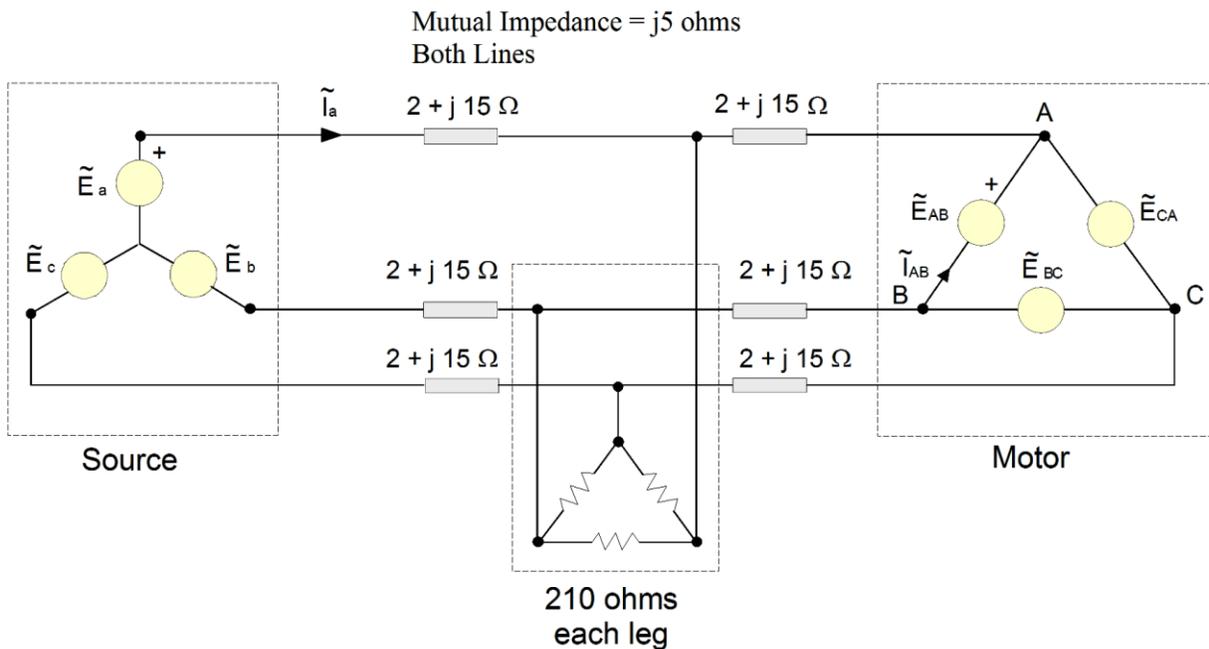
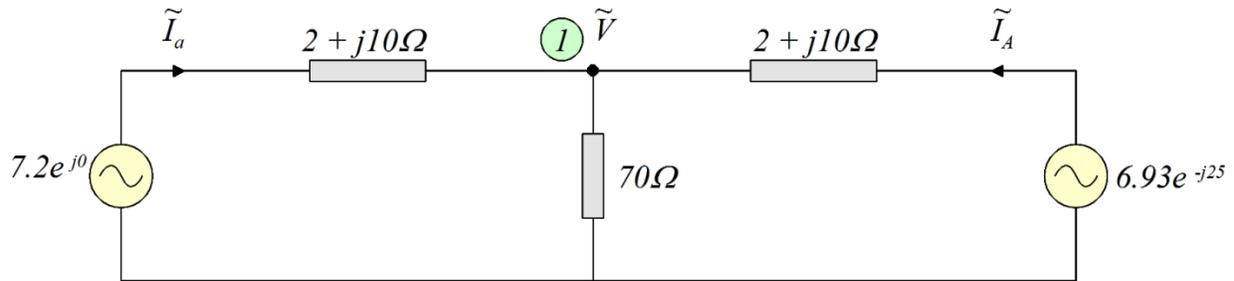


Figura E2.6

**Solución:** El equivalente por fase del circuito trifásico anterior se muestra a continuación.



Al aplicar la ley actual de Kirchoff en el nodo 1 se obtiene:

$$\frac{7.2 \tilde{V}}{2 + j10} - \frac{\tilde{V}}{70} - \frac{6.93mi_{j250} \tilde{V}}{2 + j10} = 0$$

resolviendo la ecuación anterior para el fasor de voltaje  $\tilde{V}$  rinde:

a)  $\tilde{V} = 6.7826mi_{j16.29}kV$

$$\tilde{I}_a = \frac{7.2 \tilde{V}}{2 + j10} = 0.1985mi_{j8.640}kA$$

$$\tilde{I}_A = \frac{6.93mi_{j250} \tilde{V}}{2 + j10} = 0.1031mi_{j178.710}kA$$

$$\tilde{I}_{AB} = \frac{\tilde{I}_A}{\sqrt{3}} = 0.0595mi_{j208.710}kA$$

B)  $S = 3 \cdot 6.93mi_{j250} \cdot 0.1031mi_{j178.710} MVA$

$$S = 2.1434mi_{j23.710} MVA$$

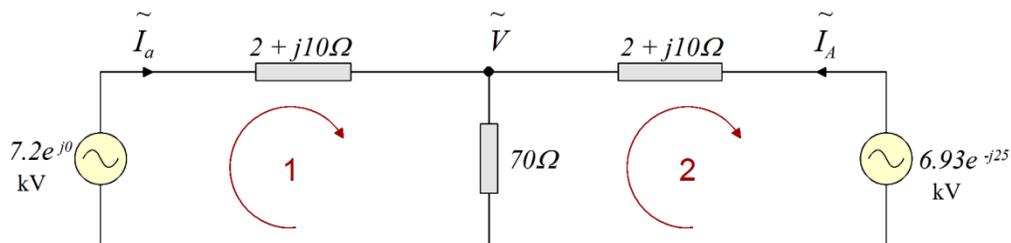
$$S = 1.962MW - j0.862MVA$$

## 2.9.2 Análisis de bucle

El análisis de bucle también es un método poderoso para el análisis de circuitos. Se aplica a cualquier circuito formado por elementos pasivos y fuentes de tensión.

**Ejemplo E2.7:** Considere el problema de ejemplo del ejemplo E2.6. Calcule las mismas cantidades que en el Ejemplo E2.6 usando análisis de bucle

**Solución:** El circuito equivalente es:



Ecuación de bucle 1

$$7.2 \angle 0^\circ - (2 + j10)I_a - 70(I_a - I_A) = 0$$

Ecuación de bucle 2

$$6.93 \angle -25^\circ - 70(I_A - I_a) - (2 + j10)I_A = 0$$

Solución

$$\begin{aligned} \tilde{I}_a &= 0.1985 \angle 8.64^\circ \text{ kA} \\ \tilde{I}_A &= 0.1031 \angle 178.71^\circ \text{ kA} \\ \tilde{V} &= 7.2 \angle 0^\circ - (2 + j10)I_A = 6.7826 \angle -16.29^\circ \text{ kV} \end{aligned}$$

## 2.10 Resumen y discusión

En este capítulo hemos presentado conceptos básicos para problemas de análisis típicos encontrados en aplicaciones de relés de protección.

## 2.11 Problemas

**Problema P2.1:** En una determinada ubicación de un sistema trifásico, un ingeniero mide las siguientes corrientes de fase:

$$\tilde{I}_a 12,78 \text{ mi } \angle 9,8^\circ \text{ kA}$$

$$\tilde{I}_B 1,98 \text{ mi } \angle 79,8^\circ \text{ kA}$$

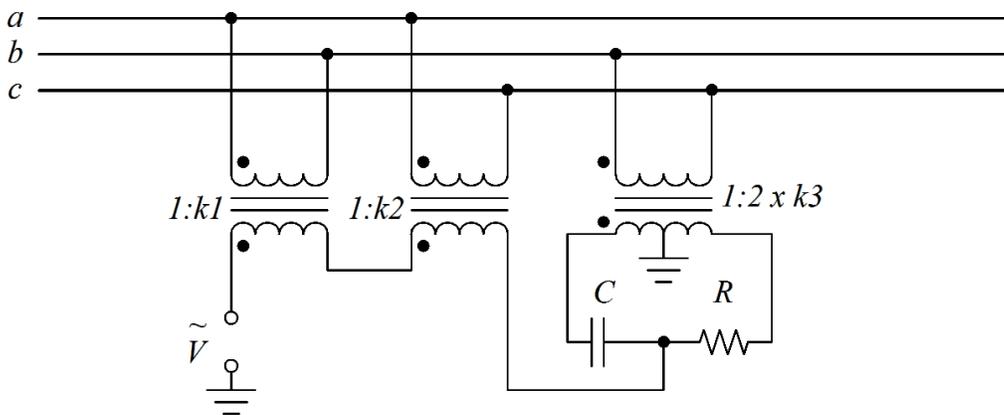
$$\tilde{I}_c 2,47 \text{ mi } \angle 69,8^\circ \text{ kA}$$

Calcule el componente de secuencia positiva:  $\tilde{I}_1$ .

**Solución:** Los componentes simétricos se calculan directamente con:

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 12,78 \angle 9,8^\circ \\ 1,98 \angle 79,8^\circ \\ 2,47 \angle 69,8^\circ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5,2546 \angle 5,66^\circ \\ 2,8813 \angle 16,30^\circ \\ 4,6766 \angle 110,45^\circ \end{bmatrix}$$

**Problema P2.2:** Un ingeniero de protección quisiera diseñar un sistema analógico que proporcione el voltaje de secuencia positiva en una ubicación específica de un sistema trifásico. Para este propósito, utiliza tres transformadores como se ilustra en la Figura P2.2. Ayudar al ingeniero de protección a seleccionar los parámetros de los transformadores (relación de transformación) y los valores de la resistencia y el condensador. de modo que la salida sea el voltaje de secuencia positiva.



**Figura P2.2**

**Solución:** El voltaje de salida es:

$$\tilde{V} = k_1 \tilde{V}_{ab} - k_2 \tilde{V}_a + k_3 \tilde{V}_c - \frac{R}{R + jX_C} \tilde{V}_c$$

$$\text{Seleccióne: } R \quad X_c \quad \frac{R \quad jX_c}{R \quad jX_c} \quad \frac{1 \quad j}{1 \quad j} \quad j$$

$$\tilde{V} \begin{pmatrix} k_1 \\ k_2 \\ k_3 \end{pmatrix} V_2 \begin{pmatrix} \tilde{k}_1 \\ \tilde{k}_2 \\ \tilde{k}_3 \end{pmatrix} V_1 \begin{pmatrix} k_1 \\ k_2 \\ k_3 \end{pmatrix} \tilde{V} \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ c \end{pmatrix}$$

Para que el voltaje anterior sea de secuencia positiva:

$$\begin{aligned} & (k_1 \quad k_2 \quad k_3) \frac{1}{\sqrt{3}} (0,5 \quad j0,8660254) \begin{pmatrix} k_1 \\ k_2 \\ k_3 \end{pmatrix} \\ & \begin{pmatrix} k_1 \\ k_2 \\ k_3 \end{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{3}} (0,5 \quad j0,8660254) \end{aligned}$$

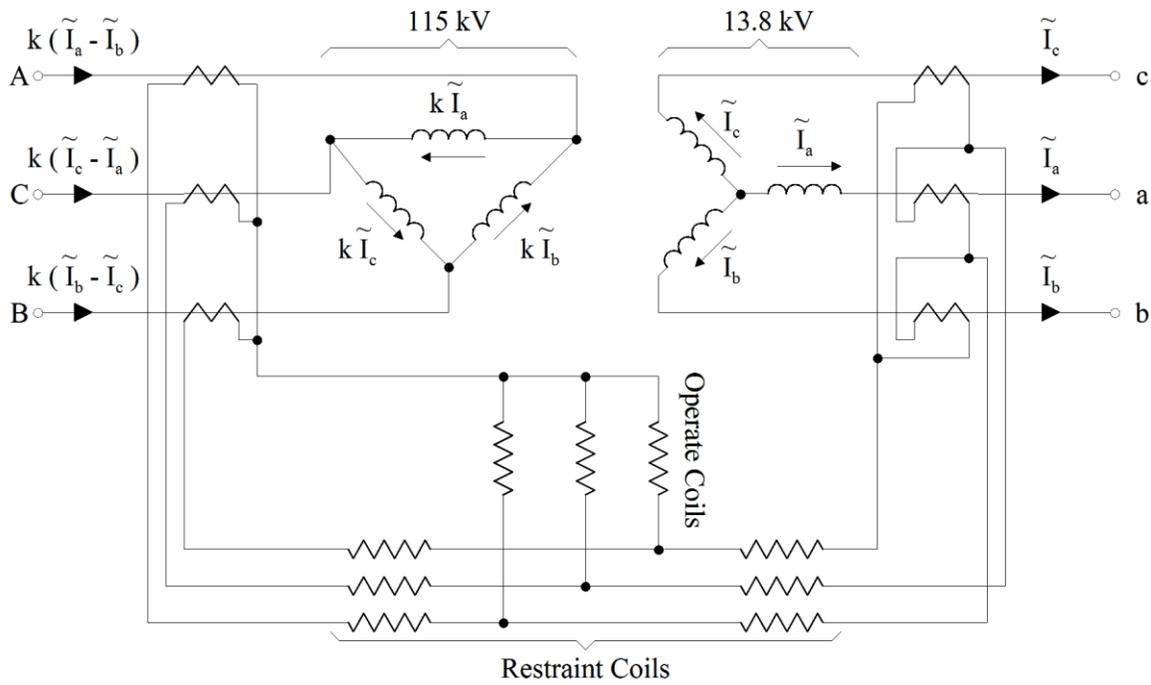
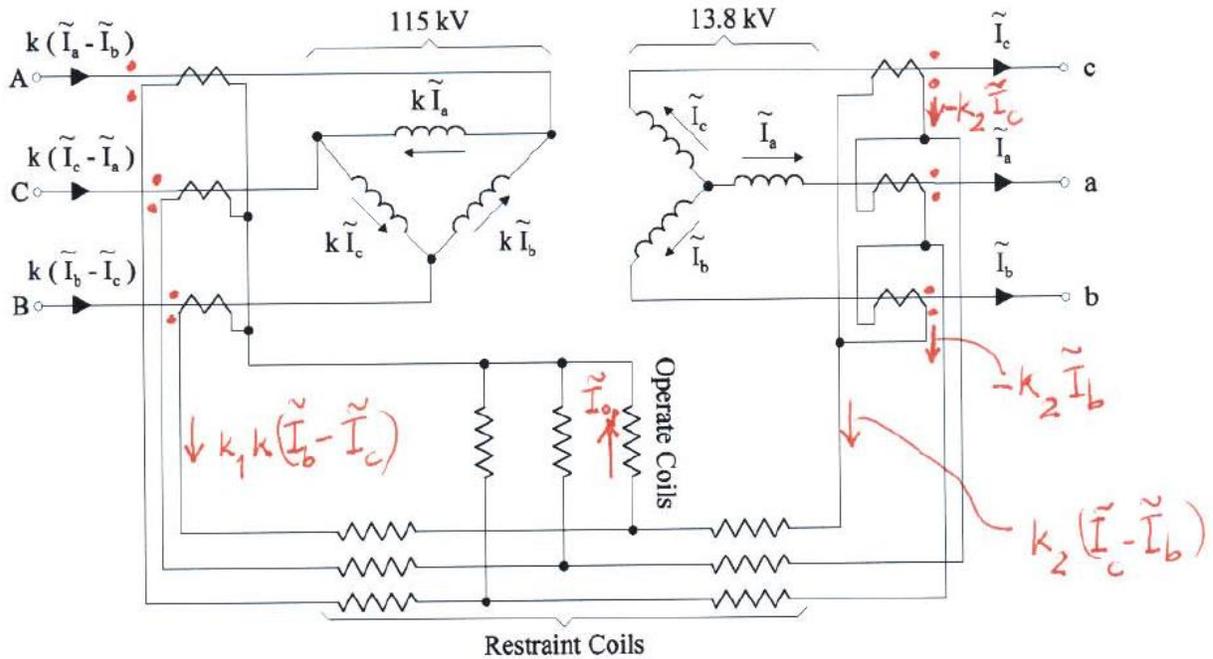
Las ecuaciones anteriores se satisfacen para:

$$\begin{aligned} k_1 \quad k_2 &= 0,16666 \\ k_3 &= 0,288675 \end{aligned}$$

**Problema P2.3:** Un ingeniero de protección quisiera diseñar un sistema analógico que proporcione el voltaje de secuencia negativa en una ubicación específica de un sistema trifásico. Para ello, utiliza tres transformadores como se ilustra en la figura. Ayude al ingeniero de protección a seleccionar los parámetros de los transformadores (relación de transformación) y los valores de la resistencia y el condensador para que la salida sea la tensión de secuencia negativa.

**Problema P2.4:** Un transformador trifásico tiene una potencia nominal de 36 MVA, 115 kV / 13,8 kV, conectado delta-estrella. Se desea generar un circuito que tenga una salida lo más cercana posible a la corriente neta que fluye hacia el transformador. Para este propósito, se encuentran disponibles CT de las siguientes relaciones de transformación: (a) 1200: 5, (b) 1500: 5, (c) 1600: 5, (d) 150: 5 y (e) 200: 5. Seleccione los CT adecuados para esta aplicación y calcule la corriente de operación cuando la carga del transformador en el secundario es nominal, a voltaje nominal y factor de potencia 1.0.

**Solución:** Consultar esquema de conectividad del transformador trifásico.



La corriente de funcionamiento de la bobina es:

$$\tilde{I}_{op} = k_1 k \tilde{I}_B - \tilde{I}_a - k_2 \tilde{I}_c, \quad k = \frac{13,8}{115\sqrt{3}} = 0.0693$$

$$\tilde{I}_{op} = 0.0693 k_1 - k_2 I_B \tilde{I}_a \sim$$

Necesitar Seleccione  $k_1$  y  $k_2$  así que  $\tilde{I}_{op}$  es mínimo. Usando solo las relaciones de transformación dadas,

Seleccione:

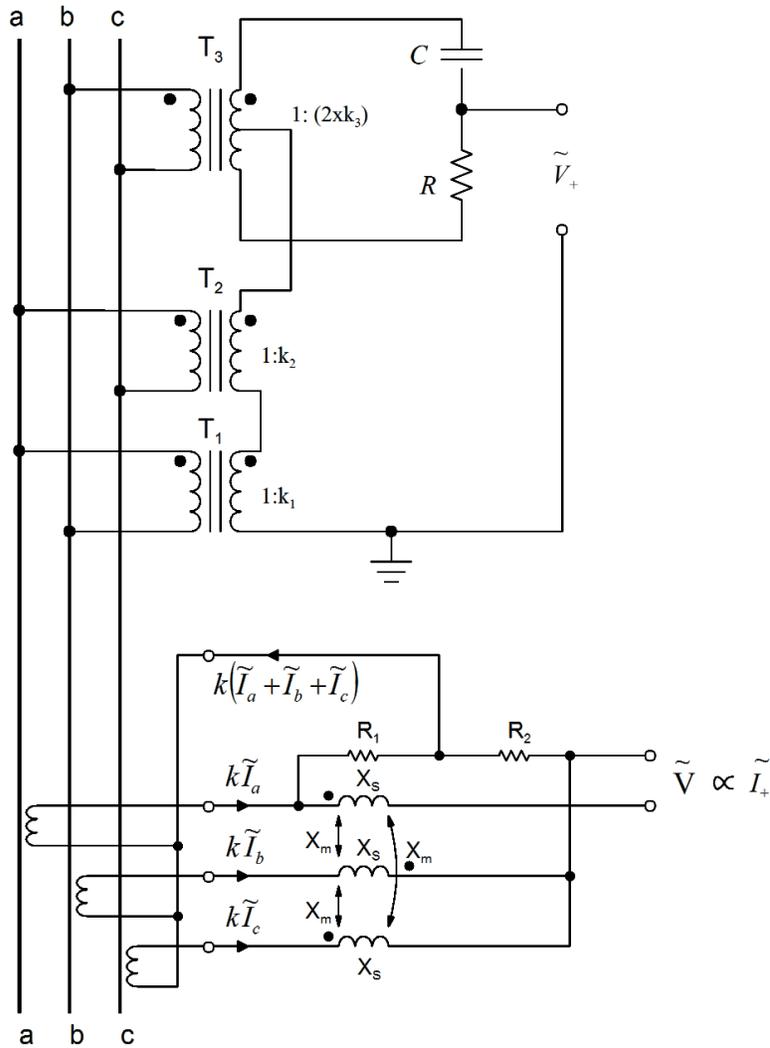
$$k_1 = \frac{5}{150} \quad y \quad k_2 = \frac{5}{1600}, \text{ luego}$$

$$\tilde{I}_{op} = 0.0008156 \quad \tilde{I}_B \quad \tilde{I}_a \quad \sim$$

**Problema P2.5:** Un ingeniero de protección quisiera diseñar un relé direccional que funcione con los voltajes y corrientes de secuencia positiva en el punto de aplicación. Ayude al ingeniero de protección a diseñar un sistema analógico que generará el voltaje y la corriente de secuencia positiva en el bobinas de tensión y corriente del relé.

- (a) Dibuje todo el circuito analógico que realizará esta tarea.  
 (b) Describa las ventajas / desventajas de usar la detección de dirección y corriente de voltaje para secuencia positiva en un relé.

**Solución:** El circuito se muestra en la siguiente figura.



La salida del primer circuito es:

$$\tilde{V} = k(V_a \tilde{V}_B - \tilde{V}_a k_2 \tilde{V}_B - \tilde{V}_C k V_3 - V_B R \frac{R + jX_C}{jX_C})$$

Select:  $R \quad X_C$

$$\frac{R + jX_C}{R - jX_C} \quad \frac{1 - j}{1 + j} \quad j$$

$$\tilde{V} = (k_1 - k_2)V_a - (k_1 - jk_3)V_B - (k_2 - jk_3)V_C \quad \sim$$

Para que el voltaje anterior sea de secuencia positiva:

$$(k_1 - k) \frac{1}{3} \\ (k_1 - jk_3) \frac{1}{3} \quad (0,5 - j0.8660254)$$

$$(k_2 \ jk_3) \ 1/3 \ (0,5 \ j0.8660254)$$

Las ecuaciones anteriores se satisfacen para:

$$k_1 \ k_2 \ 0.16666$$

$$k_3 \ 0.288675$$

La salida del segundo circuito es:

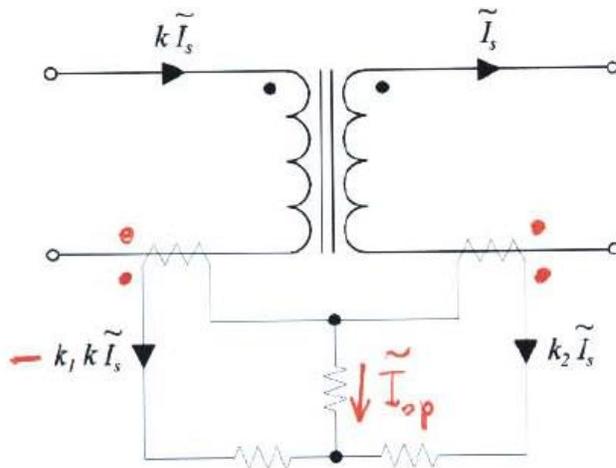
$$\tilde{V} \ kR_2 I_B \ \tilde{I}_C \ kR_1 \tilde{I}_a \ k \ X_{metro} \tilde{I}_B \ kX_{RC} \tilde{I}_C \ kR_1 \tilde{I}_a \ \frac{R_2}{R_1} \frac{X_{metro}}{R_1} I_B \ \frac{R_2}{R_1} \frac{X_{metro}}{R_1} \tilde{I}_C$$

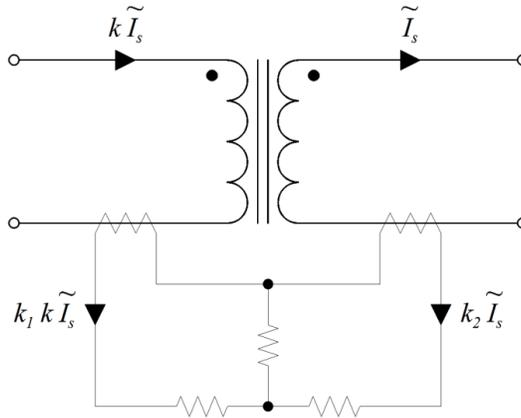
Seleccione:

$$\frac{R_2}{R_1} \ 0,5, \quad \frac{X_{metro}}{R_1} \ 0,866$$

**Problema P2.6:** Un transformador monofásico tiene una potencia nominal de 1.248 MVA, 13.8kV / 480V. Se desea generar un circuito que tenga una salida lo más cercana posible a la corriente neta que fluye hacia el transformador. Para este propósito, se dispone de TC de las siguientes relaciones de transformación: (a) 3000: 5, (b) 2500: 5, (c) 1500: 5, (d) 600: 5, (e) 200: 5 y (e) 100: 5. Seleccione los CT adecuados para esta aplicación y calcule la corriente de operación cuando el transformador cargado en el secundario está nominal, a voltaje nominal y factor de potencia 1.0.

**Solución:** Consulte el diagrama de conectividad.





La corriente de funcionamiento de la bobina es:

$$\tilde{I}_{op} = k_1 k \tilde{I}_s = k_2 \tilde{I}_s, \quad k = \frac{480}{13,800} = 0.0348$$

$$\tilde{I}_{op} = 0.0348 k_1 k_2 \tilde{I}_s$$

Necesita seleccionar  $k_1$  y  $k_2$  para que  $I_{op}$  sea mínimo. Usando solo las relaciones de transformación dadas,

Seleccione:

$$k_1 = \frac{5}{100} \quad y \quad k_2 = \frac{5}{3000}, \text{ luego}$$

$$\tilde{I}_{op} = 0,0000725 \tilde{I}_s$$

A carga nominal:

$$\tilde{I}_{op} = 0,0000725 \tilde{I}_s = 0,0000725 \frac{1.250.000}{480} = 0.1885 \text{ Amperios}$$

**Problema P2.7:** En una determinada ubicación de un sistema trifásico, un ingeniero mide lo siguiente corrientes de fase y tensiones de fase a neutro:

$$\begin{aligned} \tilde{I}_a &= 400 A e^{j10} & \tilde{V}_a &= 15 \text{ mi}^{j4} \text{ kV} \\ \tilde{I}_B &= 350 A e^{j110} & \tilde{V}_B &= 14,5 \text{ mi}^{j120} \text{ kV} \\ \tilde{I}_C &= 360 A e^{j240} & \tilde{V}_C &= 14,8 \text{ mi}^{j235} \text{ kV} \end{aligned}$$

Calcule los componentes simétricos:  $\tilde{I}_1, \tilde{I}_2, \tilde{I}_0$ , y  $\tilde{V}_1, \tilde{V}_2, \tilde{V}_0$ .

**Solución:** Utilice la transformación simétrica directamente en los datos proporcionados.

$$\begin{aligned}
 & \tilde{V}_{120} \quad \tilde{I}_{120} \quad \tilde{I}_{aBC} \\
 & T \begin{pmatrix} 1 & a & a^2 \\ \frac{1}{3} & a^2 & a \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \tilde{V}_{120} = \begin{pmatrix} 14,75 \text{mi}_{\beta,02^\circ} \\ 0,49 \text{mi}_{\gamma,43^\circ} \\ 0,33 \text{mi}_{\delta,70^\circ} \end{pmatrix} \text{ kV} \\
 & \tilde{I}_{120} = \begin{pmatrix} 368,77 \text{mi}_{\phi,76^\circ} \\ 9,36 \text{mi}_{\psi,13,18^\circ} \\ 35,92 \text{mi}_{\theta,29,05^\circ} \end{pmatrix} \text{ Amperios}
 \end{aligned}$$

**Problema P2.8:** En una determinada ubicación de un sistema trifásico, un ingeniero mide las siguientes corrientes de fase y voltajes de fase a neutro:

$$\begin{array}{ll} \tilde{I}_a 200Ae^{j10} & \tilde{V}_{un} 15mi_{j4} kV \\ \tilde{I}_B 160Ae^{j110} & \tilde{V}_{bn} 13,5mi^{j120} kV \\ \tilde{I}_C 160Ae^{j240} & \tilde{V}_{cn} 14,8mi^{j235} kV \end{array}$$

Calcule los componentes simétricos:  $\tilde{I}_1, \tilde{I}_2, \tilde{I}_0$  y  $\tilde{V}_1, \tilde{V}_2, \tilde{V}_0$ .

**Solución:** Utilice la transformación simétrica directamente en los datos proporcionados.

$$\begin{array}{l} \tilde{V}_{120} = \tilde{V}_{aBC} T \\ \tilde{I}_{120} = \tilde{I}_{aBC} T \end{array}$$

$$T = \begin{array}{ccc} 1 & a & a^2 \\ \frac{1}{3} & a^2 & a \\ 1 & 1 & 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 14.42mi_{j3,09^\circ} \\ 0,69mi_{j18,98^\circ} \\ 0,50mi_{j100,55^\circ} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 172,77mi_{j6,93^\circ} \\ 7.817mi_{j53,0^\circ} \text{ Amperios} \\ 22.11mi_{j20,24^\circ} \end{array}$$

**Problema P2.9:** Considere el sistema de energía eléctrica simplificado de la figura P2.9 que consta de un generador balanceado, una línea de transmisión simétrica y una carga eléctrica simétrica. Cada fase de la línea simétrica tiene una impedancia propia de  $j9$  ohmios. La impedancia mutua entre dos fases cualesquiera es  $j4$  ohmios. Otros parámetros del sistema se indican en la figura.

- Calcule y grafique el modelo de secuencia positiva de este sistema.
- Calcule la potencia real absorbida por la carga eléctrica utilizando el modelo de secuencia positiva de la parte (a) ..

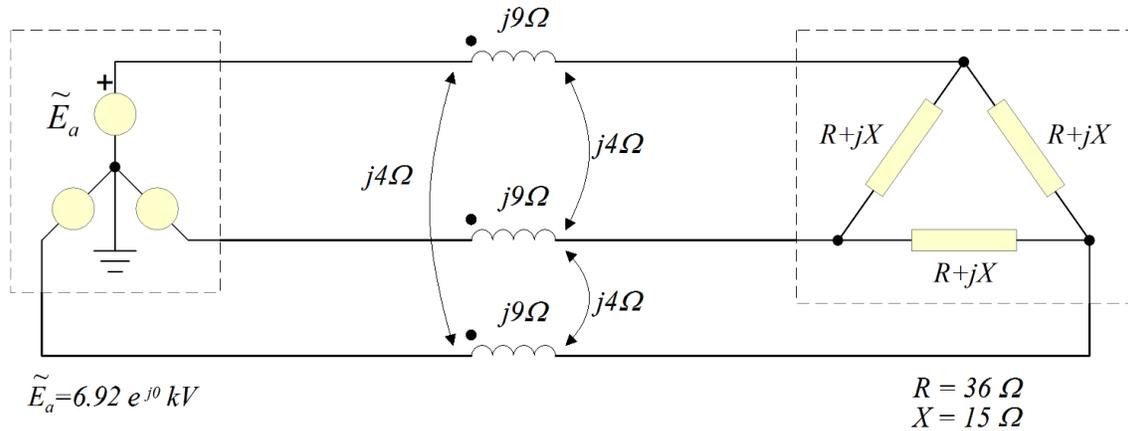


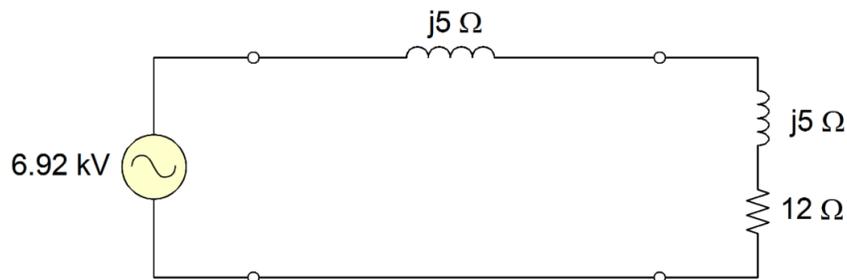
Figura P2.9

**Solución:** (a) El modelo de secuencia positiva de la carga se calcula simplemente aplicando la transformación simétrica en las ecuaciones de carga. Sea  $y$  la inversa de la impedancia de carga. Luego:

$$\tilde{I}_{abc} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ y & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} V_{aBC} \tilde{T}_{aBC}^{-1} = y T^{-1} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} T V_{abc}$$

$$\tilde{I}_{120} \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tilde{V}_{120}$$

La ecuación anterior establece que el circuito de secuencia positiva de la carga consta de una admitancia igual a  $3y$ . Por lo tanto, el circuito de secuencia positiva es (simplemente reemplazando cada componente con su modelo de secuencia positiva):



(b) La corriente de secuencia positiva es:

$$\tilde{I}_1 = \frac{6,92}{j5 \parallel 12 \parallel j5} = 0.443 \text{ mi }_{j39.805} \text{ kAmperes}$$

El verdadero poder es:

$$PAG \ 3Re \ \sqrt{3} \ 3Re \ 6,92 \ kV \ 0.443 \ mi_{,89.805\%} \ kA \ 7.065 \ MW$$

**Problema P2.10:** Un relé ha registrado los voltajes y corrientes trifásicos en una determinada ubicación de un sistema de energía. Los datos capturados se han almacenado en formato COMTRADE en los archivos PSR\_Chapter01\_Ex01.cfg y PSR\_Chapter01\_Ex01.dat.

1. Escriba un programa de computadora para leer los datos de la Fase A al voltaje neutro. Para ello, consulte el IEEE Std C37-111-1999 que describe el formato COMTRADE.
2. Calcule y grafique la frecuencia del voltaje de la fase A al neutro en todo el registro de datos. Utilice un marco de tiempo de dos ciclos.
3. Calcule y grafique el ángulo de fase de la fase A al voltaje neutro en todo el registro de datos. Utilice un marco de tiempo de dos ciclos.
4. Calcule y grafique la magnitud del voltaje de fase A a neutro sobre todos los datos registro. Utilice un marco de tiempo de dos ciclos.